Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Angelika Rohde / M.Sc. Johannes Brutsche

WiSe 2018/2019

Miniklausur zur Analysis I

18. Dezember 2018, 8:15 Uhr - 8.45 Uhr

Name: ______________________

Vorname: ______________________

Identifikationsnummer: ______________________

Unterschrift: ______________________

Formales

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 30 Minuten.
- Die Klausur ist ab 50% der Punkten bestanden. Die in einer bestandenen Klausur erreichten Punkte, werden in Bonuspunkte für die Übungszettel umgerechnet, wobei bis zu 10% der Übungspunkte erreicht werden können.
- Tragen Sie unter **Identifikationsnummer** eine 7-stellige Nummer ein (z.B. ihre Matrikelnummer), unter der wir Ihr Ergebnis auf der Homepage zugänglich machen dürfen. **Merken Sie sich diese Nummer** daher und verwenden Sie keine Kombinationen, die sich auch andere ausdenken!
- Für die Klausur sind keine Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind Bücher und technische Geräte nicht zugelassen und dürfen nicht auf den Tischen liegen.
- Verwenden Sie bitte Kugel- oder Tintenschreiber, aber **keinen Bleistift!** Alles mit Bleistift Geschriebene kann nicht korrigiert und gewertet werden, unabhängig davon, ob es richtig ist oder falsch sein sollte!
- Jede Aufgabe ist auf dem dafür vorgesehenen Blatt zu bearbeiten. Sollte der Platz nicht ausreichen, vermerken Sie, dass sie an anderer Stelle weitergeschrieben haben.
- Jedes Blatt, das in die Bewertung eingehen soll, ist mit Ihrem Namen zu versehen.

1	2	3	4	5	6	$\sum$
(2)	(2)	(6)	(4)	(6)	(6)	(26)

Viel Erfolg!

Name: ....

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Definieren Sie die Begriffe Maximum und Supremum einer Teilmenge reeller Zahlen.

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Formulieren Sie den Satz von Bolzano-Weierstrass:

Name: ....

Aufgabe 3 (3+3 Punkte)

(a) Es sei $c \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl. Geben Sie in Abhängigkeit von c an, ob die Folge $(c^n)_{n\in\mathbb{N}}$

(i) konvergent (ii) beschränkt

ist.

Name: ....

(b) Zeigen oder widerlegen Sie: Jede reellwertige konvergente Folge ist eine Cauchyfolge. Im Falle eines Gegenbeispiels ist es ausreichend, dieses ohne Begründung zu nennen.

Name: ....

Aufgabe 4 (2+2 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sachverhalte ein Beispiel an. Es ist ausreichend, dieses ohne Beweis zu nennen.

(a) Zwei Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$, die beide nicht konvergieren, deren Produkt $(a_nb_n)_{n\in\mathbb{N}}$ jedoch konvergiert.

(b) Eine surjektive, jedoch nicht injektive Abbildung.

Name: ....

Aufgabe 5 (3+3 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für eine reellwertige Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Im Falle eines Gegenbeispiels ist es ausreichend, dieses ohne weitere Begründung zu nennen.

(a) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, so ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge.

Name: ....

(b) Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge, so konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Name: ....

Aufgabe 6 (3+3 Punkte)

(a) Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n! \cdot (n+4)!}$ auf Konvergenz.

Name: ....

(b) Beweisen oder widerlegen Sie, dass $(1 + \frac{1}{n})^n \geq 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Name: ....