

## Miniklausur zur Analysis I

18. Dezember 2018, 8:15 Uhr - 8.45 Uhr

---

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Identifikationsnummer: \_\_\_\_\_

Unterschrift: \_\_\_\_\_

### FORMALES

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt 30 Minuten.
- Die Klausur ist ab 50% der Punkten bestanden. Die in einer bestandenen Klausur erreichten Punkte, werden in Bonuspunkte für die Übungszettel umgerechnet, wobei bis zu 10% der Übungspunkte erreicht werden können.
- Tragen Sie unter **Identifikationsnummer** eine 7-stellige Nummer ein (z.B. ihre Matrikelnummer), unter der wir Ihr Ergebnis auf der Homepage zugänglich machen dürfen. **Merken Sie sich diese Nummer** daher und verwenden Sie keine Kombinationen, die sich auch andere ausdenken!
- Für die Klausur sind keine Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind Bücher und technische Geräte nicht zugelassen und dürfen nicht auf den Tischen liegen.
- Verwenden Sie bitte Kugel- oder Tintenschreiber, aber **keinen Bleistift!** Alles mit Bleistift Geschriebene kann nicht korrigiert und gewertet werden, unabhängig davon, ob es richtig ist oder falsch sein sollte!
- Jede Aufgabe ist auf dem dafür vorgesehenen Blatt zu bearbeiten. Sollte der Platz nicht ausreichen, vermerken Sie, dass sie an anderer Stelle weitergeschrieben haben.
- Jedes Blatt, das in die Bewertung eingehen soll, ist mit Ihrem Namen zu versehen.

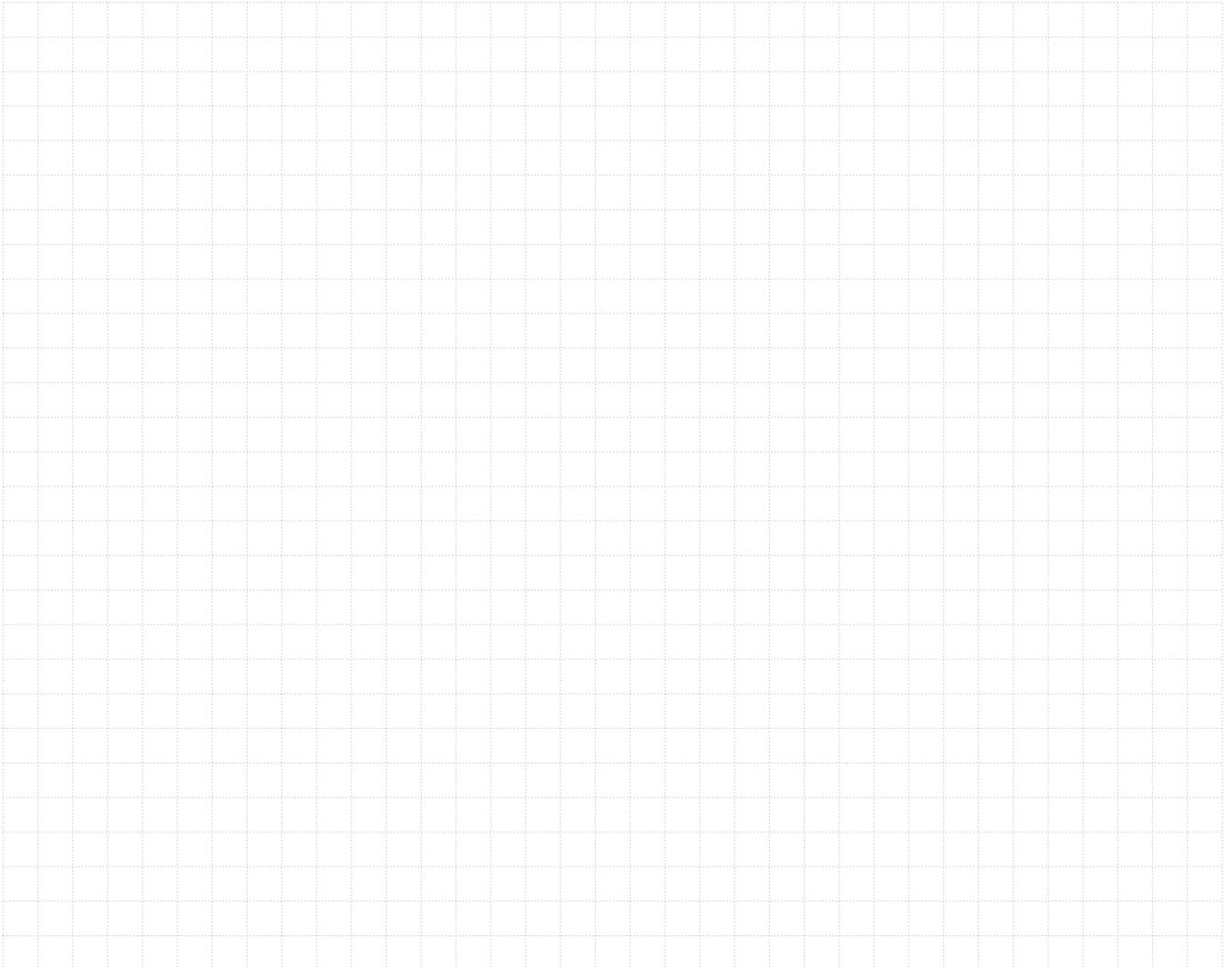
1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
(2)	(2)	(6)	(4)	(6)	(6)	(26)

**Viel Erfolg!**

Name: .....

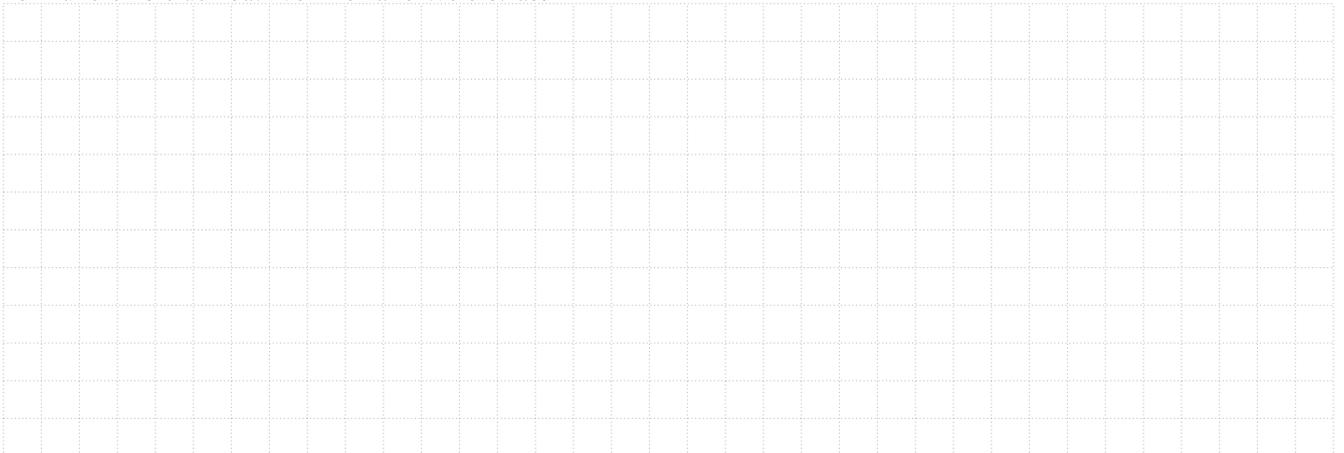
**Aufgabe 1** (2 Punkte)

Definieren Sie die Begriffe Maximum und Supremum einer Teilmenge reeller Zahlen.



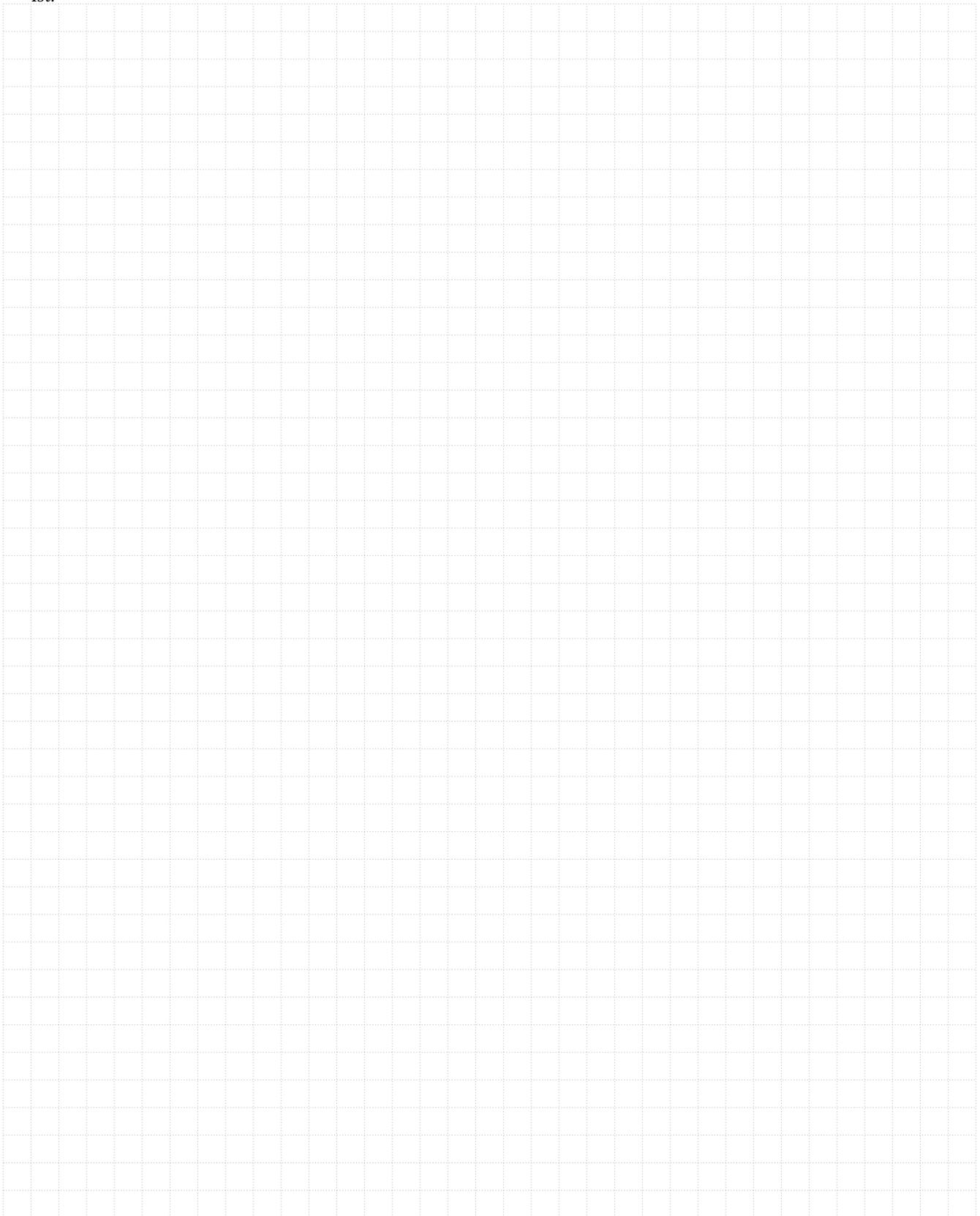
**Aufgabe 2** (2 Punkte)

Formulieren Sie den Satz von Bolzano-Weierstrass:



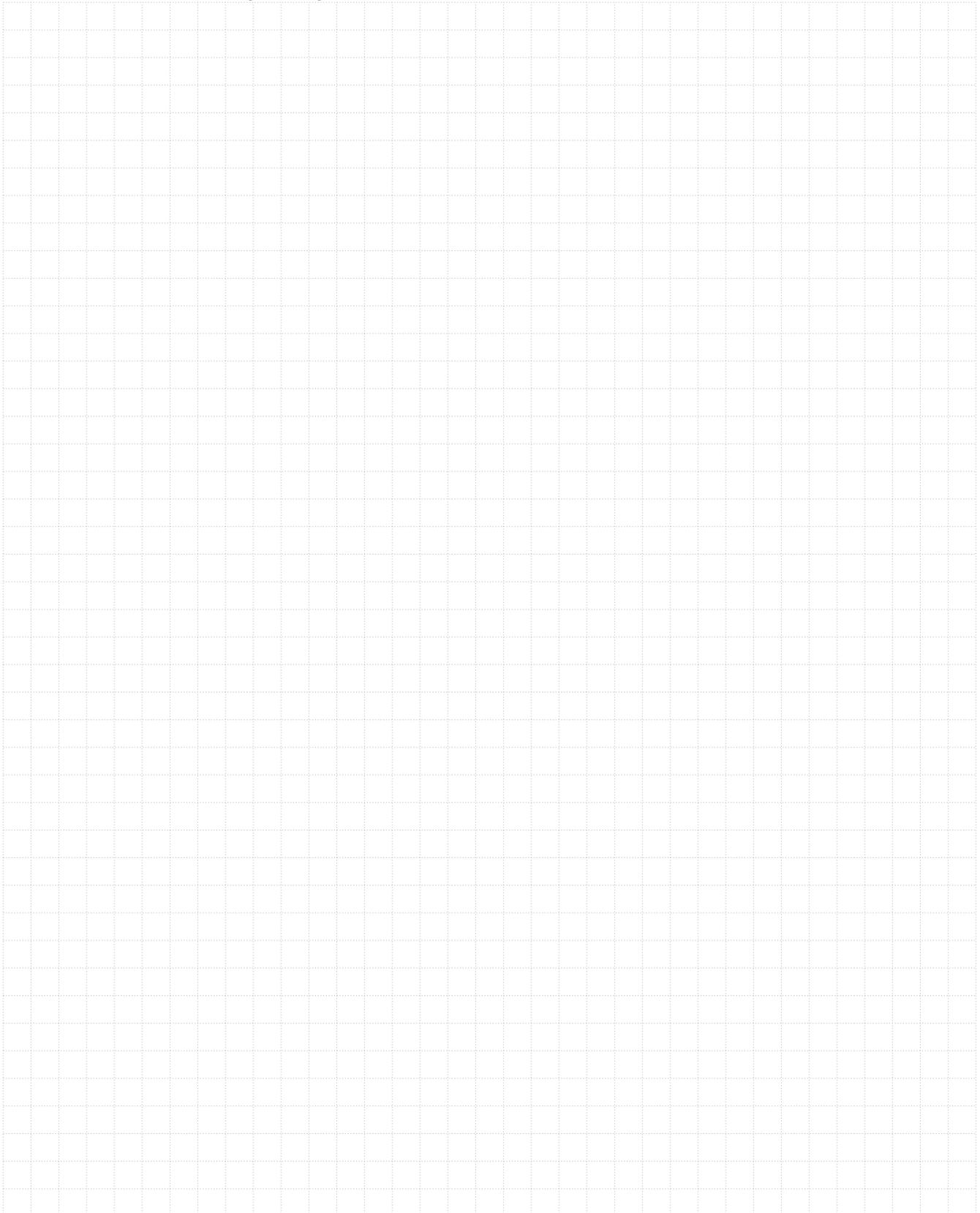
**Aufgabe 3** (3+3 Punkte)

- (a) Es sei  $c \in \mathbb{R}$  eine reelle Zahl. Geben Sie in Abhängigkeit von  $c$  an, ob die Folge  $(c^n)_{n \in \mathbb{N}}$   
(i) konvergent (ii) beschränkt  
ist.



Name: .....

(b) Zeigen oder widerlegen Sie: Jede reellwertige konvergente Folge ist eine Cauchyfolge. Im Falle eines Gegenbeispiels ist es ausreichend, dieses ohne Begründung zu nennen.



Name: .....

**Aufgabe 4** (2+2 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sachverhalte ein Beispiel an. Es ist ausreichend, dieses ohne Beweis zu nennen.

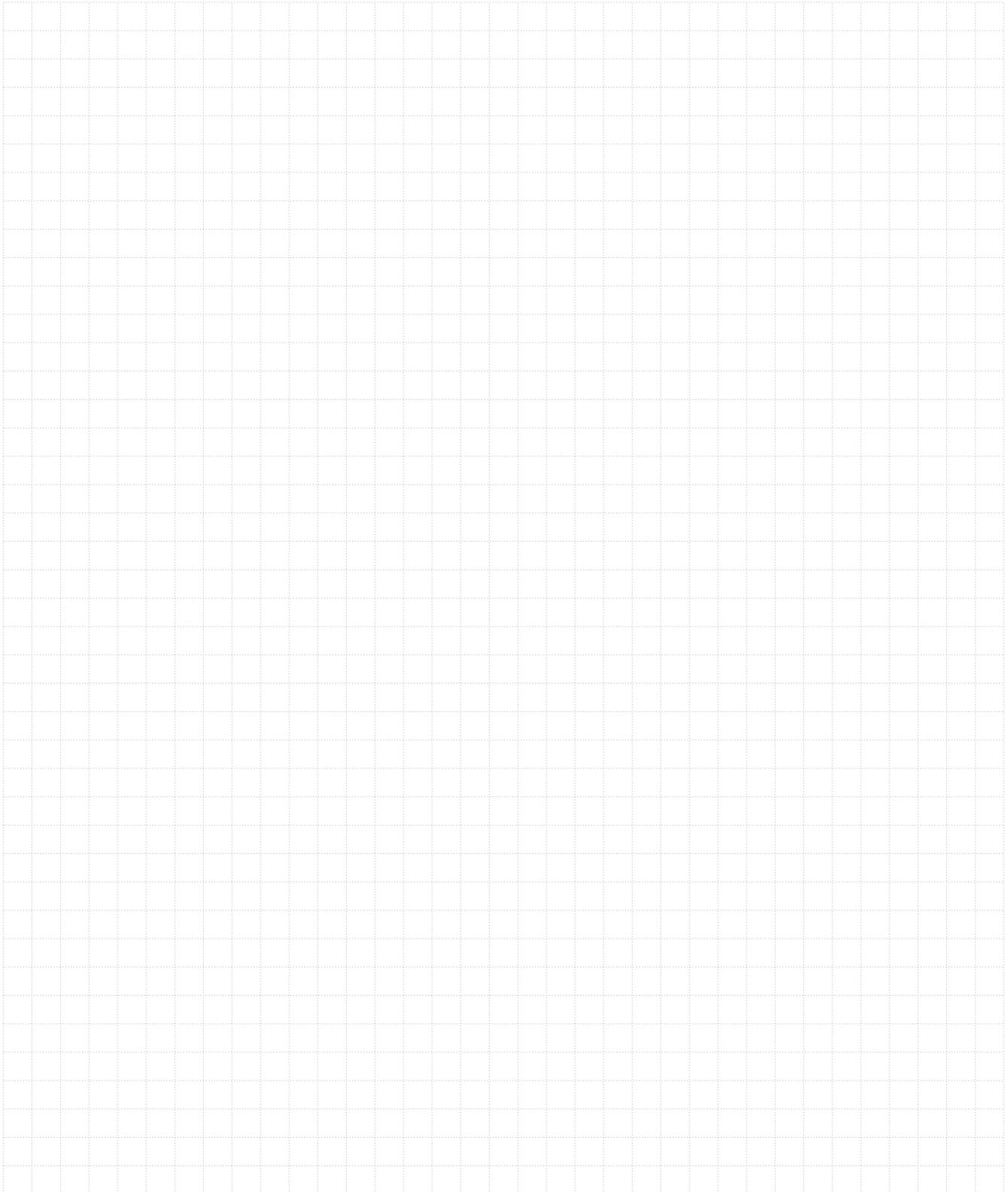
(a) Zwei Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , die beide nicht konvergieren, deren Produkt  $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  jedoch konvergiert.

(b) Eine surjektive, jedoch nicht injektive Abbildung.

**Aufgabe 5** (3+3 Punkte)

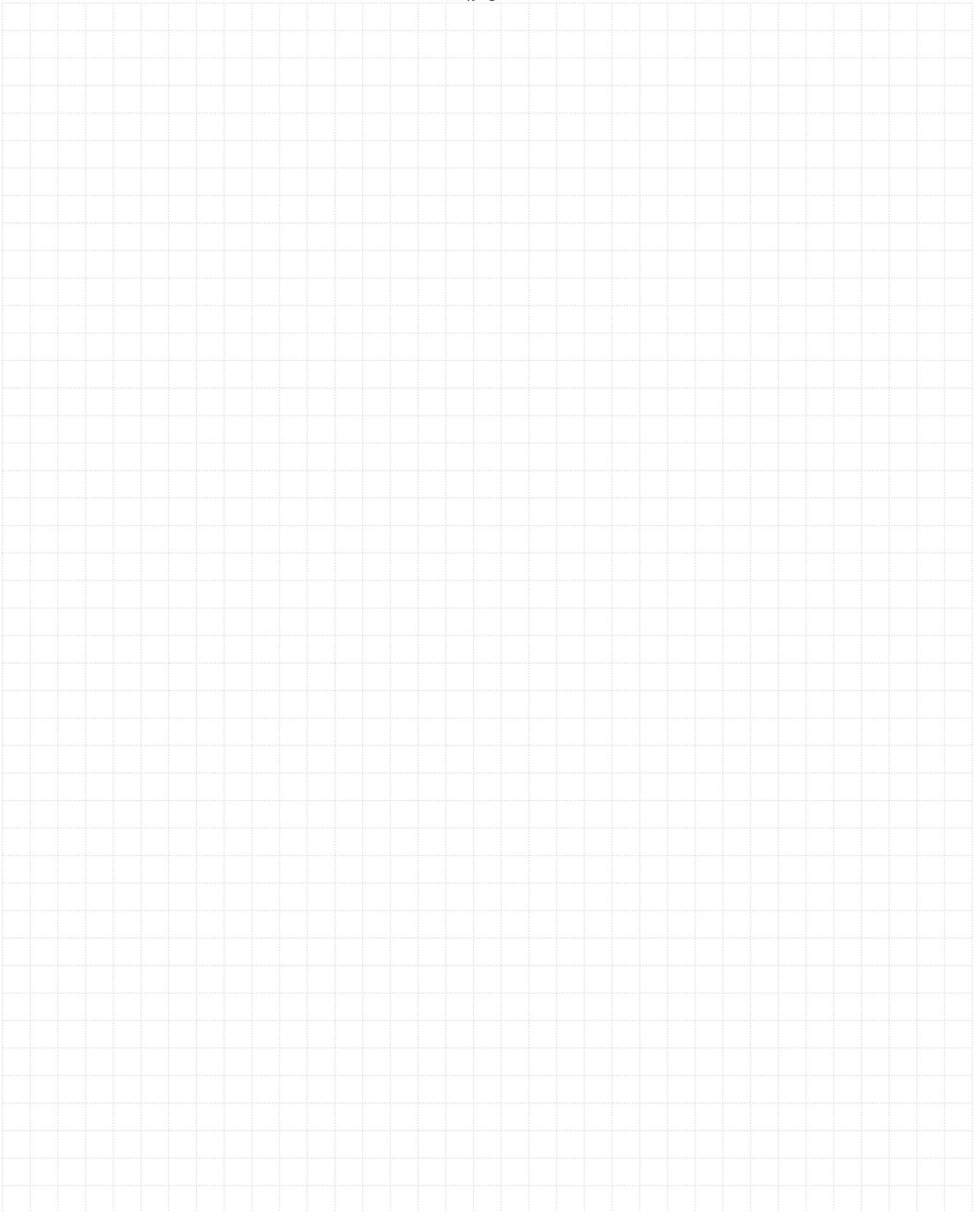
Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für eine reellwertige Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Im Falle eines Gegenbeispiels ist es ausreichend, dieses ohne weitere Begründung zu nennen.

(a) Konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , so ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge.



Name: .....

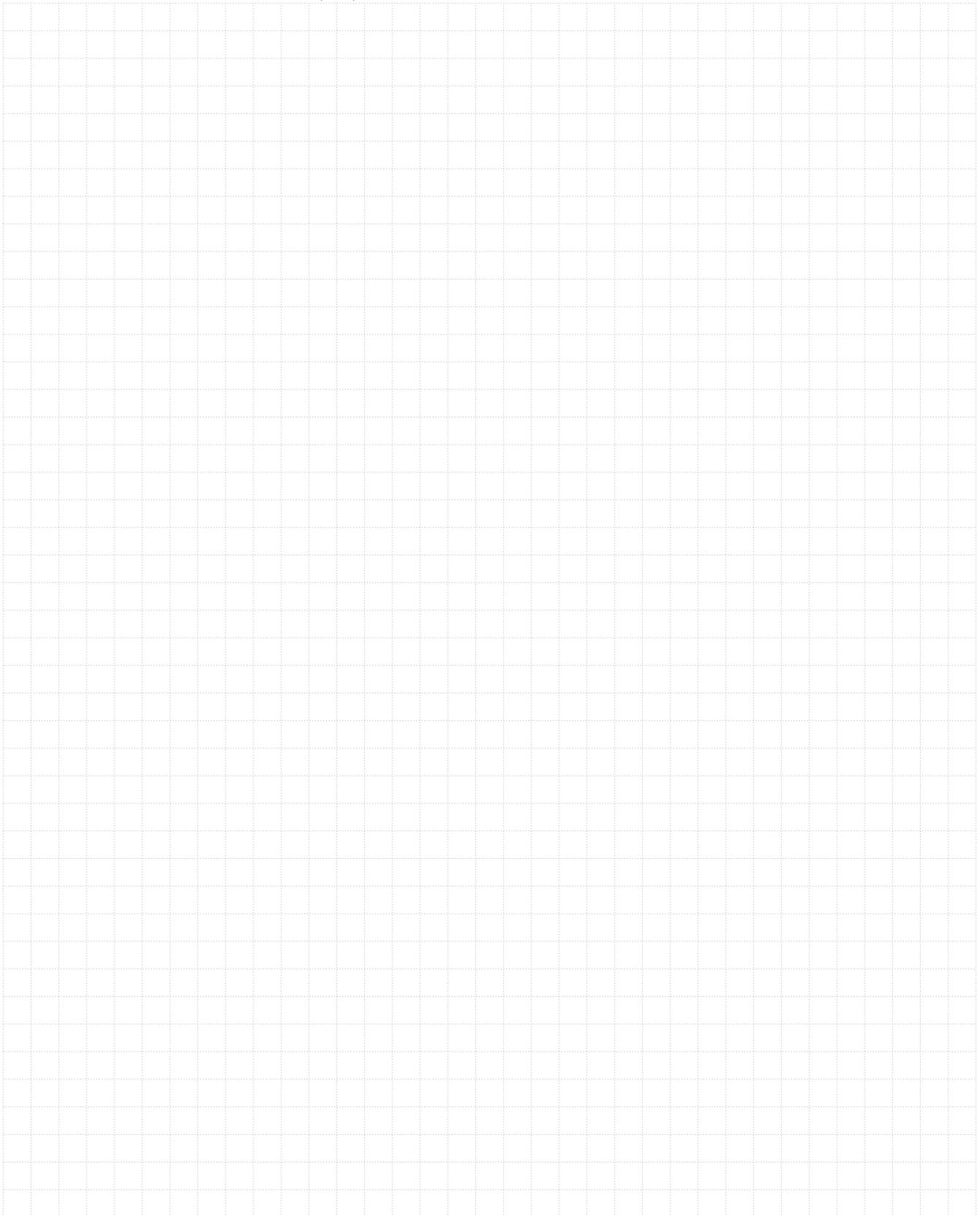
(b) Ist  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Nullfolge, so konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .



Name: .....

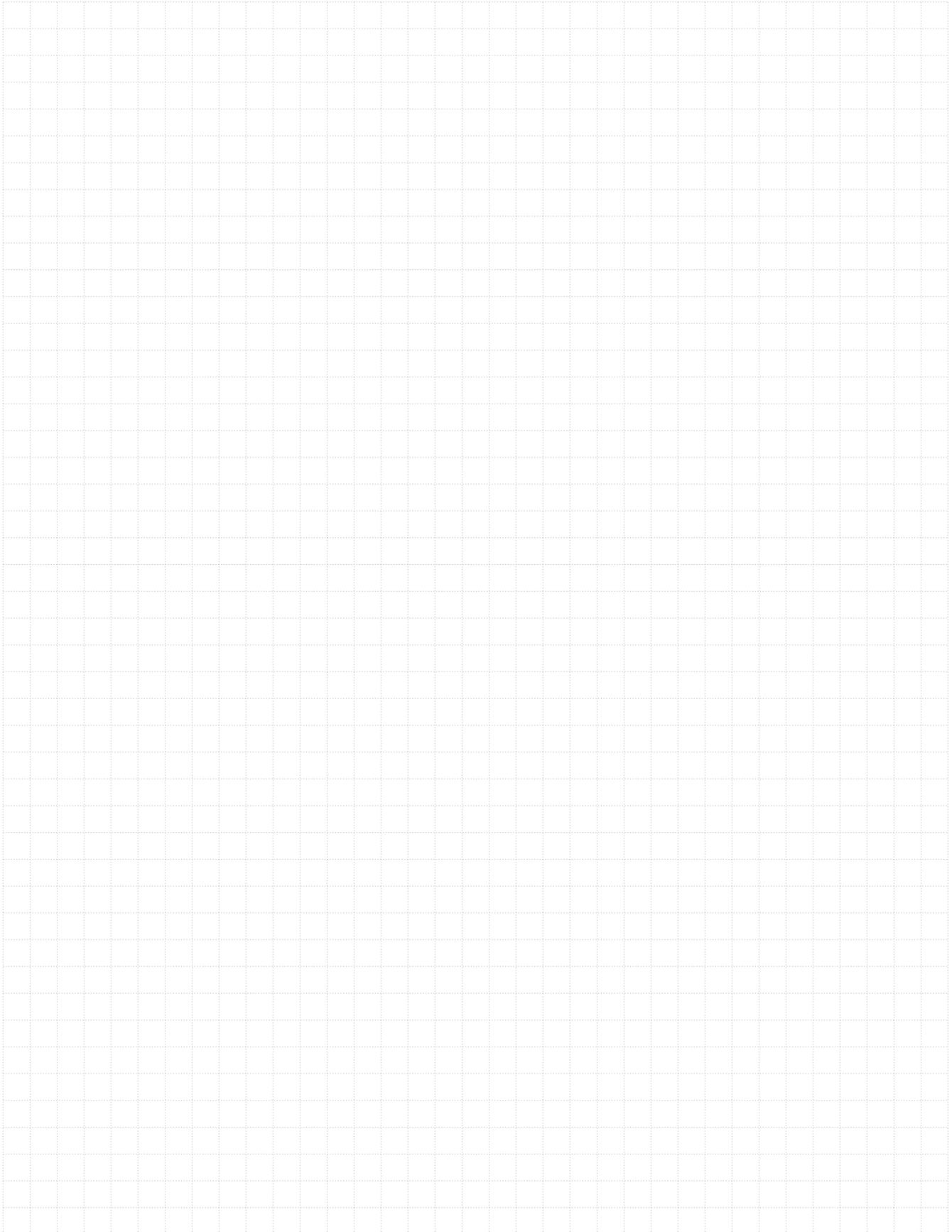
**Aufgabe 6** (3+3 Punkte)

(a) Untersuchen Sie die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n! \cdot (n+4)!}$  auf Konvergenz.



Name: .....

(b) Beweisen oder widerlegen Sie, dass  $(1 + \frac{1}{n})^n \geq 2$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .



Name: .....

