

# Übungen zur Vorlesung “Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens“

## Blatt 11

**Abgabetermin:** Freitag, 14.07.2017, bis 14:00 Uhr in den Briefkästen im Gebäude 051.  
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.  
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax^2 + by^2 \leq 1\}$  mit Hilfe des Cavalierischen Prinzips.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

- a) Sei  $B \subseteq \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}$  und  $A = \{(x \cos(\varphi), x \sin(\varphi), z) \mid (x, z) \in B, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}$  die Figur, die entsteht, wenn man  $B$  um die  $z$ -Achse rotiert. Berechnen Sie das Volumen von  $A$ .
- b) Berechnen Sie das Volumen eines Volltorus, d.h. derjenigen Figur  $A$ , die durch Rotation der Kreisfläche  $B = \{(x, z) \mid (x - R)^2 + z^2 \leq r^2\}$  mit Mittelpunkt  $(R, 0)$  (in der  $x$ - $z$ -Ebene) und Radius  $r < R$  um die  $z$ -Achse entsteht.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei  $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$ . Zeigen Sie, dass  $B$  Jordan-messbar ist (als Teilmenge des  $\mathbb{R}^2$ ) mit  $|B| = 0$ .

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2y^2 - x \leq 1, x \leq 1\}$ . Berechnen Sie den Schwerpunkt des Körpers, der durch Rotation der Fläche  $S$  um den Winkel  $\pi$  um die  $x$ -Achse entsteht.