Discrete Time Finance **SS 2017**

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-discrete-time-finance-ss-2017

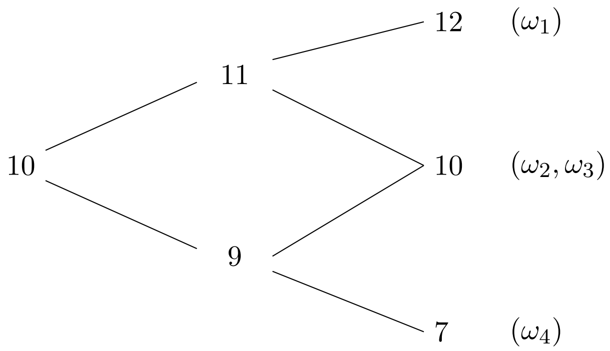
Übung 7

Abgabe: 20.06.2017 zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Wir betrachten einen Finanzmarkt mit Zinssatz $r = 0$ und einer Aktie S, deren mögliche Verläufe unten dargestellt sind. Gegeben sei hierfür der Grundraum $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_4)$ mit Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ wobei wir $\mathbb{P}(\omega_i) = 1/4$ für alle i annehmen. Finden Sie eine selbstfinanzierende Handelsstrategie $\bar{H}$ für die gilt:

(1) $V_0(H) = 0$

(2) $\mathbb{E}\left[V_2(\bar{H}) \mid S_2\right] \geq 0$ $\mathbb{P}$-fast sicher.



Aufgabe 2 (3+1 Punkte)**.** Wir betrachten das CRR Modell in T perioden mit äquidistanten Zeitschritten.

(a) Implementiren Sie eine Funktion in R, die den Preis einer Europäischen Call Option bestimmt, wobei die Funktion die Parameter S = Preis zum Zeitpunkt 0 , K = Strike, T = Maturiät der Option und Zeitschritte, d und u wie in der Vorlesung und r der Zinssatzu für eine Zeitperiode als Funktionsparameter übernimmt. Bestimmen Sie den Preis für die Werte $T = 5$, $K = 1.5$, $S = 1$, $r = 0.1$, $u = -0.1$, $d = 0.15$. r ist hier der stetige Zinssatz , d.h. es gilt nicht $S_t^0 = (1+r)^t$ (diskrete Verzinsung) sondern $S_t^0 = e^{tr}$ (stetige Verzinsung).

(b) Erweitern Sie die Funktion in (a) um auch Put-Optionen zu bewerten und überprüfen Sie mit der Put-Call-Parität für die Parameter wie in (a).

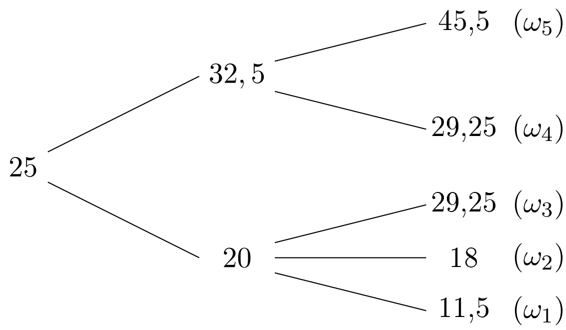
Bitte wenden

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Gegeben sei ein CRR-Modell mit $T = 28$. Die Weihnachtsbaum-Option sei folgendermaßen definiert: man erhält zu den Zeitpunkten 2, 7, 12, 16, 21 und 26 je eine Million Euro, wenn der Aktienkurs bis zur Zeit $t = 14$ immer steigt, außer im 5. und 10. Schritt, und ab $t = 14$ immer fällt, außer im 19. und 24. Schritt. Da die Auszahlung der Option vom kompletten Kursverlauf abhängt, erhält man alle Auszahlungen erst zum Zeitpunkt T , aber entsprechend verzinst.

(a) Erklären Sie den Namen der Option anhand einer geeigneten Grafik.

(b) Bestimmen Sie für $S_0 = 1, u = 1,1, d = 0,9$ und $r = 0,05$ (stetige Verzinsung) den Wert dieser Option.

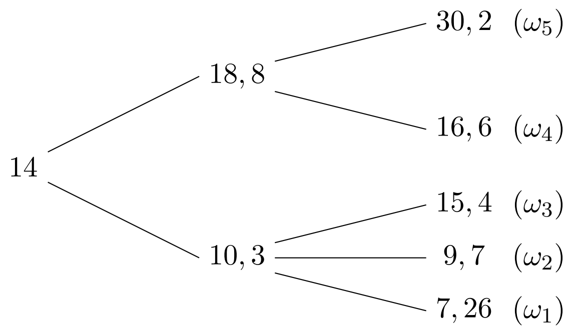
Aufgabe 4 (4 Punkte)**.** Wir betrachten $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_5\}$ mit $\mathbb{P}(\omega_i) > 0$ für alle i. Gegeben sei eine Aktie mit Preis $S_0^1 = 25$ und folgender Dynamik (diskreter Zinssart $r = 0$):



(a) Geben Sie die durch den Prozess erzeugte Filtration an.

(b) Bestimmen Sie die Menge der äquivalenten Martingalmaße sowie die Menge der arbitragefreien Preise einer europäischen Call Option

(c) Wir fügen dem Markt eine zweite Aktie mit $S_0^2 = 14$ hinzu. Für diese gelte



Ist der erweiterte Markt arbitragefrei? Wenn nein, konstruieren Sie eine Arbitragemöglichkeit.