

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-discrete-time-finance-ss-2017>

Übung 12

Abgabe: 27.07.2017 zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (2 Punkte). Beweisen Sie die fehlende Aussage in Satz 6 (mit den Voraussetzungen von Satz 6):

$$\rho_A(X) \in \mathbb{R} \quad \text{für } X \in \mathcal{X}.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte). In einer verallgemeinerten Pareto Verteilung hat eine Zufallsvariable X für $x \geq u$ die Verteilung

$$\mathbb{P}(X > u) \left(1 + \xi \frac{x - u}{\beta}\right)^{-1/\xi}$$

mit Parametern $\xi, \beta > 0$. Zeigen Sie, dass das Value-at-Risk für Verluste (!) X , gegeben durch

$$\text{VaR}_\alpha(X) := \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X > x) \leq 1 - \alpha\},$$

die Gleichung

$$\text{VaR}_\alpha(X) = u + \frac{\beta}{\xi} \left(\left(\frac{1 - \alpha}{\mathbb{P}(X > u)} \right)^{-\xi} - 1 \right)$$

für $\alpha \geq \mathbb{P}(X \leq u)$ erfüllt.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Zeigen Sie, dass im obigen Fall das Expected Shortfall,

$$\text{ES}_\alpha(X) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_\alpha^1 \text{VaR}_x(X) dx$$

erfüllt, dass

$$\text{ES}_\alpha(X) = \frac{\text{VaR}_\alpha(X)}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi}.$$