Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-discrete-time-finance-ss-2017

Übung 10

Abgabe: 11.07.2017 zu Beginn der Übung.

Definition: Gegeben sei ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum. Zwei adaptierte Prozesse U und Y heißen stark orthogonal, wenn

$$\mathrm{Cov}\left(U_{t+1}-U_t, Y_{t+1}-Y_t \middle| \mathcal{F}_t\right) = 0, \qquad \text{fast sicher.}$$

Aufgabe 1 (6 Punkte)**.** Zeigen Sie für zwei quadratintegrierbare Martingale M und N die Äquivalenz von

(a) M und N sind stark orthogonal.

(b) Das Produkt $M \cdot N$ ist ein Martingal.

Aufgabe 2 (6 Punkte)**.** Sei $K > 0$. Für $y \in \mathbb{R}$, zeigen Sie die Identität

$$\frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}} e^{(\omega+i\lambda)y}\frac{K^{-(\omega-1+i\lambda)}}{(\omega+i\lambda)(\omega-1+i\lambda)}d\lambda = \begin{cases} (K-e^y)^+ & \text{if } \omega < 0 \\ (e^y-K)^+ - e^y & \text{if } 0 < \omega < 1 \\ (e^y-K)^+ & \text{if } \omega > 1. \end{cases}$$

Hierbei ist i die imaginäre Einheit.