

Übungen zur Vorlesung “Stochastik“

Sommersemester 2016, Blatt 3

Abgabetermin: 31.5.2016, vor Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 9

(4 Punkte)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F und Dichte f . Drücken Sie die Verteilungsfunktionen und Dichten von $Y := \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ und $Z := \max_{1 \leq i \leq n} X_i$ durch F und f aus.

Aufgabe 10

(4 Punkte)

Ein französischer Edelmann namens Chavelier de Méré wundert sich einmal Pascal gegenüber, dass er beim Werfen mit drei Würfeln die Augensumme 11 häufiger beobachtet habe als die Augensumme 12, obwohl doch 11 durch die Kombinationen 6-4-1, 6-3-2, 5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3 und die Augensumme 12 durch ebensoviele Kombinationen erzeugt werde.

Welche Kombinationen sind dies und welcher Fehler steckt in Mérés Argument? Berechnen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

Aufgabe 11

(4 Punkte)

Es sei X die Augenzahl eines fairen Würfelwurfs. Geben Sie ein Polynom $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an mit $\text{Var}(f(X)) > 0$ und $\text{Cov}(X, f(X)) = 0$.

Aufgabe 12

(4 Punkte)

Es seien X, X_1, X_2, \dots unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen, sodass $P(X = 1) = 1 - P(X = 0) = p \in (0, 1)$. Bestimmen Sie den Erwartungswert von

- T_{10} , der Anzahl von 0'en und 1'en vor dem ersten Auftreten des Musters '10'.
- T_{11} , der Anzahl von 0'en und 1'en vor dem ersten Auftreten des Musters '11'.
- T_{101} , der Anzahl von 0'en und 1'en vor dem ersten Auftreten des Musters '101'.