

Anwesenheitsübungen zur Vorlesung „Stochastik für Studierende der Informatik“

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/SS-2016/VorStochInfoSS2016/InfoVorStochInfoSS2016>

Sommersemester 2016

Anwesenheitsaufgabe 1 (Binäre Suche)

Sei L_n eine geordnete Liste mit $2^n - 1$ paarweise verschiedenen Einträgen ($n \in \mathbb{N}$). Wir möchten untersuchen, wo ein Element A in L_n vorkommt. Dabei gehen wir wie folgt vor (binäre Suche): die Liste wird halbiert und das mittlere Element M_1 wird mit dem gesuchten Element A verglichen. Es können drei Fälle auftreten (man beachte, dass die Einträge geordnet sind):

1. $M_1 = A$: Das gesuchte Element ist in der Liste L_n enthalten und der Algorithmus bricht ab.
 2. $M_1 < A$: Man verfährt wie oben mit der ersten Hälfte der Liste.
 3. $M_1 > A$: Man verfährt wie oben mit der zweiten Hälfte der Liste.
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das gesuchte Element A in genau k Schritten?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das gesuchte Element A in weniger oder gleich k Schritten?
- (c) Zeigen Sie: $\sum_{k=0}^{n-1} 2^k = 2^n - 1$.

Anwesenheitsaufgabe 2 (Zufällige Prozessorauslastung)

Auf einem Rechner mit $n > 1$ Prozessoren sollen $k \leq n$ Aufgaben erledigt werden. Hierbei werden k Aufgaben zufällig auf die Prozessoren verteilt, allerdings darf jedem Prozessor höchstens eine Aufgabe zugeteilt werden.

- (a) Wie viele Möglichkeiten gibt es die Aufgaben auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, falls die Aufgaben unterscheidbar sind?
- (b) Wie viele Möglichkeiten gibt es die Aufgaben auf die einzelnen Prozessoren zu verteilen, falls die Aufgaben ununterscheidbar sind?
- (c) Es seien $n = 10$ und $k = 4$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ersten drei Prozessoren P_1, P_2, P_3 genau 2 Aufgaben zugeteilt bekommen und die übrigen 2 Aufgaben auf die restlichen Prozessoren P_4, \dots, P_{10} aufgeteilt werden unter der Annahme, dass jede Aufgabe mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf einen der zehn Prozessoren verteilt wird.

Anwesenheitsaufgabe 3 (Zufällige Buchstabenfolge)

Ein Affe tippt 10 mal auf einer Schreibmaschine, auf der es lediglich 26 Tasten für die 26 Buchstaben gibt (keine Groß-/Kleinschreibung).

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Affe das Wort „INFORMATIK“ tippt?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Affe alle Buchstaben des Wortes „STOCHASTIK“ tippt?