

# Übungen zur Vorlesung “Markovketten”

Sommersemester 2016, Blatt 1

<https://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/SS-2016/VorMarkovKetSS2016/InfoVorMarkovKetSS2016>

**Abgabetermin: 02.05.2016** vor der Vorlesung

Bitte geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen an und geben Sie zu zweit ab!

## Aufgabe 1 (5)

Eine faire Münze wird nacheinander geworfen. Die Ergebnisse  $Y_0, Y_1, Y_2, \dots$  haben Werte 0 oder 1 mit Wahrscheinlichkeit von jeweils  $1/2$ . Für  $n \geq 1$  sei  $X_n = Y_n + Y_{n-1}$  die Anzahl der Einsen im  $(n-1)$ -ten und  $n$ -ten Wurf. Zeigen Sie, dass  $(X_n)_{n \geq 1}$  eine Markovkette ist oder widerlegen Sie es!

## Aufgabe 2 (Übung)

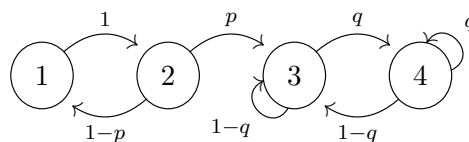
In zwei Urnen sind 5 weiße und 5 schwarze Bälle derart verteilt, dass jede Urne 5 Bälle enthält. Es wird bei jedem Schritt ein Ball aus jeder Urne gezogen und anschließend vertauscht wieder zurückgelegt. Sei  $X_n$  die Anzahl der weißen Bälle in der linken Urne zur Zeit  $n$ . Berechnen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten für  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und stellen Sie die Markovkette graphisch dar.

## Aufgabe 3 (Übung)

Geben Sie ein Beispiel für eine Markovkette  $X$  und eine Funktion  $f$  an, so dass  $f(X)$  keine Markovkette mehr ist.

## Aufgabe 4 (5)

Betrachten Sie die Markovkette mit dem folgenden Übergangsgraphen:



Geben Sie in Abhängigkeit von  $p, q \in [0, 1]$  die wesentlichen und unwesentlichen Klassen der Markovkette sowie die Perioden der jeweiligen Zustände an.