

# Statistik: Zwischen Manipulation und Wahrheit

Hans Rudolf Lerche  
Mathematisches Institut, FDM  
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Freiburger Mathematik-Tage  
Freiburg, 11. Oktober 2014

# Übersicht

- I. Einleitung
- II. Datenerhebung
- III. Darstellung von Daten mit Statistiken – Deskriptive Statistik
- IV. Graphische Darstellung
- V. Beispiele aus der schließenden Statistik



### DIE FORMEN DER POLITISCHEN MORDE

„Tödlich verunglückt“ . . . . .	184	Als Repressalia erschossen . . . . .	10
Willkürlich erschossen . . . . .	73	Willkürlich erschossen . . . . .	8
„Auf der Flucht erschossen“ . . . . .	45	Angebliches Standrecht . . . . .	3
Angebliches Standrecht . . . . .	37	Angebliche Notwehr . . . . .	1
Angebliche Notwehr . . . . .	9		
Im Gefängnis oder Transport gelyncht . . . . .	5		
Angeblicher Selbstmord . . . . .	1		
Summe der von Rechtsstehenden Ermordeten . . . . .	354	Summe der von Linksstehenden Ermordeten . . . . .	22

### DIE SÜHNE DER POLITISCHEN MORDE

	Politische Morde begangen		Gesamtzahl
	von Linksstehenden	von Rechtsstehenden	
Gesamtzahl der Morde . . . . .	22	354	376
davon ungesühnt . . . . .	4	326	330
teilweise gesühnt . . . . .	1	27	28
gesühnt . . . . .	17	1	18
Zahl der Verurteilungen . . . . .	38	24	
Geständige Täter freigesprochen . . . . .	—	23	
Geständige Täter befördert . . . . .	—	3	
Dauer der Einsperrung pro Mord . . . . .	15 Jahre	4 Monate	
Zahl der Hinrichtungen . . . . .	10	—	
Geldstrafe pro Mord . . . . .	—	2 Papiermark	

81

E. J. Gumbel: Vier Jahre politischer Mord, 1922

Studie gefälscht

# Hwang hat nie menschliche Stammzellen geklont

29.12.2005,15:11

**Der in Südkorea wie ein Star gefeierte Forscher Hwang Woo Suk hat nicht nachweisen können, jemals genetisch identische Kopien embryonaler Stammzellen mit dem Erbgut kranker Menschen im Labor erzeugt zu haben. Mittlerweile ist der Wissenschaftler abgetaucht.**

Zu den neuen Erkenntnissen kam eine Untersuchungskommission der Seouler Nationaluniversität. Der Wissenschaftler äußerte sich bislang nicht zu den neuesten Vorwürfen. Die überprüften Stammzellen stammen nach Angaben der Universität von befruchteten menschlichen Eizellen ab und sind keinesfalls geklonte, maßgeschneiderte Zellen mit dem Erbgut von Patienten. Dies wurde in einem neuen Zwischenbericht am Donnerstag bekannt.



Einst der Stolz Koreas, nun von der Wissenschaft geächtet: Klonforscher Hwang. Foto: AP

Der 53-jährige Tiemediziner Hwang hatte bereits nach den Enthüllungen in der vergangenen Woche seinen Lehrstuhl zur Verfügung gestellt. Er blieb jedoch dabei, dass sein Team über die Technik zum Klonen embryonaler Stammzellen verfüge. Einem Mitarbeiter hatte er vorgeworfen, patientenspezifische Stammzellen mit Fälschungen vertauscht zu haben.

Spiegel Online.

## Aus Wikipedia:

# Betrug und Fälschung in der Wissenschaft

- Das Klinikum Ludwigshafen enthob am 26. November 2010 den anästhesiologischen Chefarzt Joachim Boldt mit sofortiger Wirkung seines Amtes. Dem Anästhesisten wurde vorgeworfen, eine angebliche Originalarbeit in der Fachzeitschrift *Anesthesia & Analgesia* publiziert zu haben, “deren Aussagen keine wissenschaftliche Studiererhebung zugrunde [lag]”; als Indiz für diesen Vorwurf wurde seitens der Deutschen Gesellschaft für Anästhesiologie und Intensivmedizin erwähnt, “dass beispielsweise keine Labor- und Patientendaten über die Studie zur Verfügung stehen.”[52] Im Februar 2011 wurde Boldt der Titel “Außerplanmäßiger Professor an der Justus-Liebig-Universität Gießen” aberkannt, da er seiner Lehrverpflichtung in Gießen nicht mehr nachgekommen war.[53] Bei dem Fall ging es um Studien, die Vorteile von Hydroxyethylstärke (HES) belegen sollten. Mit 89 zurückgezogenen Fachartikeln übernahm Boldt im März 2011 international den ersten Platz in dieser Statistik.[54]

## Geschönte Daten

*Schlampereien im Labor sind  
nicht länger ein Kavaliersdelikt*

Nein, richtig glücklich kann Heinz Breer über den Ausgang seines Verfahrens nicht sein. Der Zoophysiologe von der Universität Hohenheim hatte 1998 für seine Forschungen über den Geruchssinn den höchstdotierten Preis der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) verliehen bekommen. Nun muss er sich von der DFG „wissenschaftliches Fehlverhalten“ vorwerfen lassen. Für den Leibniz-Preisträger ein harter Schlag, für die Wissenschaft eher eine gute Nachricht: Beweist sie doch, dass Schlampereien im Labor nicht länger als Kavaliersdelikt geduldet werden.

Zwar hat es lange gedauert, bis die Vorwürfe eines ehemaligen Postdoktoranden von Breer Gehör fanden (*ZEIT* Nr. 21/03). Doch dann wurde die Aufklärung überraschend schnell vorangetrieben. Im Mai eröffnete die DFG ein Untersuchungsverfahren, bereits im Juli präsentierte sie ihr erstes Ergebnis. Darin wurde eine Publikation beanstandet, für die nicht Breer, sondern ein Teil seines Teams verantwortlich zeichnet. Der Arbeit wurden Mängel „technischer Art“ attestiert, die „im Rahmen eines Erratums“ zu korrigieren seien.

Harter dagegen fiel das Urteil aus, das die DFG vergangene Woche über ein Paper fällte, das Heinz Breer zusammen mit Johannes Noé veröffentlichte. Darin war eine Abbildung so retuschiert worden, dass das Ergebnis überzeugender erschien. Die Aussage des Experiments sei so zwar nicht verändert worden, befand die DFG. Dennoch wertet sie das Vorgehen als „Datenmanipulation“ und erteilt Breer und Noé eine „Rüge“. Dies ist die mildeste Form der DFG-Sanktionen – aber sie fügt dem Ansehen des hoch dekorierten Forschers einen empfindlichen Kratzer zu.

Zugleich muss der klare Urteilspruch auch anderen Forschern zu denken geben, denn ähnliches Datenschönheit ist in vielen Labors gang und gäbe. Damit, so hat die DFG deutlich gemacht, muss Schluss sein.

Doch das Verfahren beweist nicht nur den Willen, wissenschaftliche Manipulationen schonungslos zu ahnden, sondern zeigt zugleich die Grenzen der Aufklärungsarbeit: Denn ob die inkriminierten Veröffentlichungen aus Breers Labor wirklich nur bedauerliche Ausreißer sind, bleibt ungeklärt. Untersucht wurden lediglich die beiden Autoren, auf die Breers Postdoktorand hinwies. Für weiterführende Recherchen fehlten ihr die juristischen Befugnisse, heißt es bei der DFG. Dafür schreibt sie treuherrlich: „Herr Breer hat versichert, dass alle anderen unter seiner Ko-Autorschaft veröffentlichten Publikationen frei von Fehlern seien.“ Ach, könnten wir nur alle immer so vertrauensvoll sein!

ULRICH SCHNABEL



Weitere Informationen im Internet:  
[www.zeit.de/2003/45/falschung](http://www.zeit.de/2003/45/falschung)

## Rüge für Forscher DFG bestätigt Fehlverhalten

Ein Verdacht des wissenschaftlichen Fehlverhaltens gegen den Leibnizpreisträger Heinz Breer von der Universität Hohenheim hat sich nach Angaben der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) bestätigt. In einer Arbeit, die der Biologe mit einem Kollegen in der Fachzeitschrift *Journal of Neurochemistry* (Bd. 71, S. 2286, 1998) veröffentlicht hatte, seien zwei Abbildungen retuschiert worden, so die DFG. Zwar ändere diese Datenmanipulation nicht die Kernaussage der Arbeit. Eine solche „Schönung von Daten“ sei aber dennoch unzulässig und als wissenschaftliches Fehlverhalten zu werten. Die DFG erteile den beiden Wissenschaftlern daher eine Rüge.

Bei einer weiteren in Verdacht geratenen Arbeit hatte die DFG zuvor erhebliche Mängel festgestellt, wertete diese jedoch nicht als wissenschaftliches Fehlverhalten (*SZ*, 4.7.2003). Diese Entscheidung hatten andere mit dem Fall befassten Forscher kritisiert. Auf eine Untersuchung weiterer Arbeiten aus dem Institut des Leibnizpreisträgers will die DFG aber verzichten. Breer habe „versichert, dass alle anderen unter seiner Autorschaft veröffentlichten Publikationen frei von Fehlern seien“, wie sie im Zusammenhang mit den beiden kritisierten Publikationen gemacht worden seien: In seinem Institut habe man nun sämtliche Publikationen selbst überprüft. *how*

SZ 28.10.03

*An diese Gebote muß sich jeder Forscher halten,  
damit die Gemeinschaft der Forschenden nicht verkommt  
und die Wissenschaft nicht zerfällt.*

---

- **Du darfst niemals Daten fälschen, erfinden oder unterdrücken !**
- **Wenn du deine Methoden beschreibst, verschweige oder verschleiere nichts !**
- **Unterdrücke keine glaubwürdige Information, auch wenn sie deinen Schlußfolgerungen widerspricht !**
- **Stehle keine Ideen oder Daten und zitiere korrekt !**
- **Sabotiere nicht die Forschung anderer, zerstöre kein Forschungsmaterial, kein Instrument und keine Daten !**
- **Setze deinen Namen nur auf Veröffentlichungen, zu denen du merklich beigetragen hast, und die du mitverantworten kannst !**

-----

Diese Gebote sind vor allem beim Publizieren zu beachten, aber auch bei Vorträgen, Anträgen auf Forschungsförderung und beim Begutachten anderer.

Wer im Bereich unserer Fakultät für Biologie gegen ein Gebot verstößt, muß mit Sanktionen rechnen.

*Freiburg, Juli 1999*

*Die Fakultät für Biologie  
der Albert-Ludwigs-Universität*

FAKULTÄT FÜR BIOLOGIE  
DER ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT  
FREIBURG I. BR.

Die Fakultät hat beschlossen, Sie zum Doktor der Naturwissenschaften zu promovieren. Mit der Verleihung dieses ehrenvollen Titels verknüpft sie eine Verpflichtung: Die Verpflichtung, der wissenschaftlichen Wahrheit stets treu zu bleiben und niemals der Versuchung zu unterliegen, diese Wahrheit zu unterdrücken oder zu verfälschen, sei es unter wirtschaftlichem, sei es unter politischem Druck. In diesem Sinne verpflichte ich Sie als Dekan der Fakultät durch Handschlag, die Würde, die Ihnen die Fakultät verleihen wird, vor jedem Makel zu bewahren und unbeirrt von äußeren Rücksichten nur die Wahrheit zu suchen und zu bekennen.

Freiburg, den

Der Dekan

# Zitate

“There are three kinds of lies: lies, damned lies and statistics.”

(Mark Twain and/or Benjamin Disraeli)

“A witty statesman once said, you might prove anything with figures.”

(Thomas Carlyle, 1840)

# References

- Beck–Bornholdt, H.-P.; Duppen, H.-H.: Der Hund, der Eier legt. rororo-Sachbuch, 2003
- Best, J.: Damned Lies and Statistics. University of California Press, 2001.
- Gigerenzer, G.: Das Einmaleins der Skepsis. Berliner Taschenbuchverlag, 2004.
- Huff, D.: How to Lie with Statistics. Norton, 1954
- Krämer, W.: So lügt man mit Statistik. Campus Verlag, 1991
- Spierer, H.F.; Spierer, L.; Jaffe, A.Y.: Misused Statistics Revised and Expanded (Food Science and Technology). Marcel Dekker, 1998
- Tufte, E.R.: The Visual Display of Quantitative Information. Graphics Press, 2002

# II. Datenerhebung

# Strittige Sozialstatistiken

## I. Verbreitung der Prostitution um 1850 in New York

a) Schätzung des Bischofs der Methodistenkirche (1866):

11 000 – 12 000

b) Polizeibericht (1872):

1 223

# Strittige Sozialstatistiken

## I. Verbreitung der Prostitution um 1850 in New York

a) Schätzung des Bischofs der Methodistenkirche (1866):

11 000 – 12 000

b) Polizeibericht (1872):

1 223

## II. Zahl der Obdachlosen um 1980 in den USA

a) Schätzung von Wohlfahrtsorganisationen:

3 Millionen

b) Schätzung der Regierung:

300 000

# Strittige Sozialstatistiken

## I. Verbreitung der Prostitution um 1850 in New York

a) Schätzung des Bischofs der Methodistenkirche (1866):

11 000 – 12 000

b) Polizeibericht (1872):

1 223

## II. Zahl der Obdachlosen um 1980 in den USA

a) Schätzung von Wohlfahrtsorganisationen:

3 Millionen

b) Schätzung der Regierung:

300 000

Weitere Problemstatistiken: Zahl der Abtreibungen,

Statistiken zum sexueller Mißbrauch von Kindern,

AIDS-Fälle

# Zu jedem sozialen Problem gehört eine Dunkelziffer

Von den Aktivisten wird sie oft hoch angesetzt, von den Behörden dagegen niedrig.

# Zu jedem sozialen Problem gehört eine Dunkelziffer

Von den Aktivisten wird sie oft hoch angesetzt, von den Behörden dagegen niedrig.

Die Medien erwarten "Zahlen" (guesses)

Sind "Zahlen" erst einmal genannt, entwickeln sie oft ein Eigenleben (number laundering).

# Zu jedem sozialen Problem gehört eine Dunkelziffer

Von den Aktivisten wird sie oft hoch angesetzt, von den Behörden dagegen niedrig.

Die Medien erwarten "Zahlen" (guesses)

Sind "Zahlen" erst einmal genannt, entwickeln sie oft ein Eigenleben (number laundering).

*Der gute Zweck heiligt falsche "Zahlen"*

Beispiel:

Fehler des dt. Ärzteblattes zur AIDS-Statistik (Krämer, S. 8/9 unten)

# Definition

## DEFINITION

Eine breitere Definition führt zu höheren Zahlen

– Wann ist jemand obdachlos?

Wenn ein Wirbelsturm sein Haus zerstört hat,  
er 5 Nächte auf der Straße schlief?

(Weitere Beispiele: arm, arbeitslos, drogenabhängig, ermordet)

# Definition

## DEFINITION

Eine breitere Definition führt zu höheren Zahlen

– Wann ist jemand obdachlos?

Wenn ein Wirbelsturm sein Haus zerstört hat,  
er 5 Nächte auf der Straße schlief?

(Weitere Beispiele: arm, arbeitslos, drogenabhängig, ermordet)

## DAS MESSEN: UMFragen

Wie Fragen gestellt werden, beeinflusst das Resultat( ⇒ Best, Tabelle 1, S. 47)

# Definition

## DEFINITION

Eine breitere Definition führt zu höheren Zahlen

– Wann ist jemand obdachlos?

Wenn ein Wirbelsturm sein Haus zerstört hat,  
er 5 Nächte auf der Straße schlief?

(Weitere Beispiele: arm, arbeitslos, drogenabhängig, ermordet)

## DAS MESSEN: UMFragen

Wie Fragen gestellt werden, beeinflusst das Resultat(  $\Rightarrow$  Best, Tabelle 1, S. 47)

## SAMPLING:

Die Stichprobe soll repräsentativ für das Problem sein, und gestatten auf die Gesamtpopulation zu schließen (schwierig z.B: bei Drogenabhängigen).

Table 1. *Percentages of Americans Favoring Legal Abortions under Different Circumstances, 1996*

---

If the woman's own health is seriously endangered by the pregnancy	92
If she became pregnant as a result of rape	84
If there is a strong chance of serious defect in the baby	82
If she is married and does not want any more children	47
If the family has a very low income and cannot afford any more children	47
If she is not married and does not want to marry the man	45
If the woman wants it for any reason	45

---

SOURCE: Data from the 1996 General Social Survey, from "The American Survey—Release 1997" (CD-ROM; Bellevue, Wash.: Micro-Case, 1997).

# Zahlen führen ihr Eigenleben

Im Kinsey-Report sind 10% der Befragten homosexuell. Der Kinsey-Report ist jedoch nicht repräsentativ für die amerikanische Bevölkerung. Spätere genaue Untersuchungen kommen auf einen Anteil  $\leq 5\%$ .

Homosexuelle Aktivisten argumentieren jedoch gerne weiter mit 10%.

# Zahlen führen ihr Eigenleben

Im Kinsey-Report sind 10% der Befragten homosexuell. Der Kinsey-Report ist jedoch nicht repräsentativ für die amerikanische Bevölkerung. Spätere genaue Untersuchungen kommen auf einen Anteil  $\leq 5\%$ .

Homosexuelle Aktivisten argumentieren jedoch gerne weiter mit 10%.

**Die Definition eines sozialen Problems wird oft weiter gefaßt, wenn dieses erst einmal akzeptiert ist.**

15 Rechtspflege  
15.6 Straftaten und polizeilich ermittelte Tatverdächtige \*)

Jahr Straftat (§§ des Strafgesetzbuches)	Bekannt- gewordene	Aufgeklärte Straftaten		Strafmündige Tatverdächtige						Anteil der Ausländer/ innen an allen Tatver- dächtigen	
				insgesamt			Deutsche		Ausländer/-innen		
				insgesamt	männlich	weiblich	zusammen	dar. weiblich	zusammen		dar. weiblich
1999	6 302 316	3 329 124	52,8	2 112 514	1 630 156	482 358	1 538 568	368 350	573 946	114 008	27,2
2000	6 264 723	3 335 356	53,2	2 140 538	1 653 903	486 635	1 577 915	374 272	562 623	112 363	26,3
2001	6 363 865	3 379 618	53,1	2 137 567	1 648 987	488 580	1 593 952	378 039	543 615	110 541	25,4
darunter (2001):											
Mord und Totschlag (Versuch und Voll- endung; 211–213, 216)	2 641	2 485	94,1	2 881	2 494	387	2 005	314	876	73	30,4
Gefährliche und schwere Körperverletzung (224, 226, 231)	120 345	100 808	83,8	127 726	111 953	15 773	95 505	12 425	32 221	3 348	25,2
Gegen die sexuelle Selbstbestimmung (174–184b)	52 902	37 999	71,8	30 644	28 805	1 839	24 702	1 450	5 942	389	19,4
darunter:											
Sexueller Missbrauch von Kindern (176, 176a, 176b)	15 117	11 286	74,7	8 480	8 219	261	7 365	243	1 115	18	13,1
Vergewaltigung und sexuelle Nötigung (177 Abs. 2, 3 und 4, 178)	7 891	6 378	80,8	6 204	6 138	66	4 286	52	1 918	14	30,9
Sonst. sex. Nötigung (177 Abs. 1 und 5)	5 607	4 222	75,3	4 110	4 071	39	2 984	32	1 126	7	27,4
Schwerer und einfacher Diebstahl (242–244a, 247, 248a–c)	2 971 727	914 803	30,8	609 298	423 367	185 931	478 557	149 058	130 741	36 873	21,5
darunter:											
Diebstahl von Kraftwagen (einschl. unbefugter Ingebrauchnahme)	75 408	19 477	25,8	18 191	17 004	1 187	14 088	1 019	4 103	168	22,6
Diebstahl von Fahrrädern (einschl. unbefugter Ingebrauchnahme)	401 072	36 832	9,2	24 232	22 626	1 606	19 844	1 431	4 388	175	18,1
Taschendiebstahl	99 620	4 802	4,8	3 475	2 449	1 026	1 621	421	1 854	605	53,4
Schwerer Einbruchdiebstahl in: Geldinstitute	1 377	340	24,7	343	326	17	240	11	103	6	30,0
Dienst-, Büro-, Fabrikations-, Werk- statt- und Lagerräume	114 453	23 459	20,5	18 640	17 531	1 109	15 538	1 003	3 102	106	16,6
Wohnungseinbruchdiebstahl (244 Abs. 1 Nr. 3)	133 722	24 950	18,7	18 273	15 689	2 584	14 826	2 116	3 447	468	18,9
Ladendiebstahl	549 314	517 882	94,3	384 566	234 697	149 869	299 144	118 916	85 422	30 953	22,2
Raub, räuberische Erpressung, räuberi- scher Angriff auf Kraftfahrer (249–252, 255, 216a)	57 108	29 051	50,9	34 363	31 318	3 045	24 311	2 504	10 052	541	29,3
Gegen die Umwelt (324–330a)	30 950	18 912	61,1	20 848	18 613	2 235	18 064	2 063	2 784	172	13,4
Rauschgiftdelikte nach dem BtMG	246 518	234 629	95,2	200 469	176 150	24 319	158 931	21 723	41 538	2 596	20,7

Statistisches Jahrbuch 2003, S. 361

15 Rechtspflege  
15.9 Verurteilte 2001 nach Hauptdeliktgruppen und ausgewählten Straftaten \*)

Lfd. Nr.	Verbrechen und Vergehen (§§ des Strafgesetzbuches)	Insgesamt			Deutsche		Ausländer/-innen <sup>1)</sup>	
		insgesamt	männlich	weiblich	zusammen	dar. weiblich	zusammen	dar. weiblich
		Anzahl						
1	Straftaten gegen den Staat, die öffentliche Ordnung (außer unerlaubtem Entfernen vom Unfallort) und im Amt (80 – 168 und 331 – 357, außer 142) . . . . .	19 991	16 436	3 555	16 074	3 020	3 917	535
	darunter:							
2	Widerstand gegen Vollstreckungsbeamte (113) . . . . .	3 663	3 350	313	2 866	269	797	44
3	Hausfriedensbruch (123, 124) . . . . .	2 900	2 565	335	2 075	253	825	82
4	Straftaten gegen die sexuelle Selbstbestimmung (174 – 184b) . . . . .	6 651	6 264	387	5 352	293	1 299	94
	darunter:							
5	Sexueller Missbrauch von Kindern (176, 176a, 176b) . . . . .	2 144	2 114	30	1 876	28	268	2
6	Andere Straftaten gegen die Person, außer im Straßenverkehr (169 – 173, 185 – 241a, außer 222, 229 l.V.m. Verkehrsunfall) . . . . .	83 414	76 401	7 013	64 394	5 890	19 020	1 123
	darunter:							
7	Verletzung der Unterhaltspflicht (170) . . . . .	3 978	3 915	63	3 531	58	447	5
8	Mord und Totschlag (211 – 213) . . . . .	734	664	70	456	56	278	14
9	Körperverletzung (223) . . . . .	29 764	27 584	2 180	22 797	1 773	6 967	407
10	Gefährliche und schwere Körperverletzung (224 Abs. 1, 226, 227) . . . . .	20 399	18 834	1 565	14 978	1 294	5 421	271
11	Diebstahl und Unterschlagung (242 – 248c) . . . . .	144 782	107 237	37 545	106 734	27 388	38 048	10 157
	darunter:							
12	Diebstahl (242) . . . . .	114 087	79 345	34 742	83 049	25 048	31 038	9 694
13	Schwerer Diebstahl (243, 244, 244a) . . . . .	22 336	21 075	1 261	16 628	958	5 708	303
14	Raub und Erpressung, räuberischer Angriff auf Kraftfahrer (249 – 255, 316a) . . . . .	9 150	8 541	609	6 166	491	2 984	118
15	Andere Vermögensdelikte (257 – 305a) . . . . .	141 256	109 849	31 407	109 096	26 045	32 160	5 362

# **III. Darstellung von Daten mit Statistiken**

$X_1, X_2, \dots, X_n$  seien  $n$  zufällige Werte

**Mittelwert:**  $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

geordnete Stichprobe:  $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$

**Median:**  $\text{med}(X_1, \dots, X_n) = X_{(\lfloor n/2 \rfloor)}$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  seien  $n$  zufällige Werte

**Mittelwert:**  $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

geordnete Stichprobe:  $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$

**Median:**  $\text{med}(X_1, \dots, X_n) = X_{([n/2])}$

Beispiel: Studiendauer Diplom 1997/98,  $n=25$ :

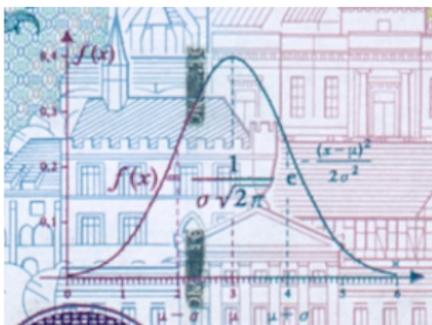
FS	6	10	11	12	13	14	15	16	18	20	22	29
<hr/>												
	1	1	1	3	4	4	2	3	1	3	1	1

$\text{med}_{25} = 14$      $\bar{X}_{25} = 15,12$

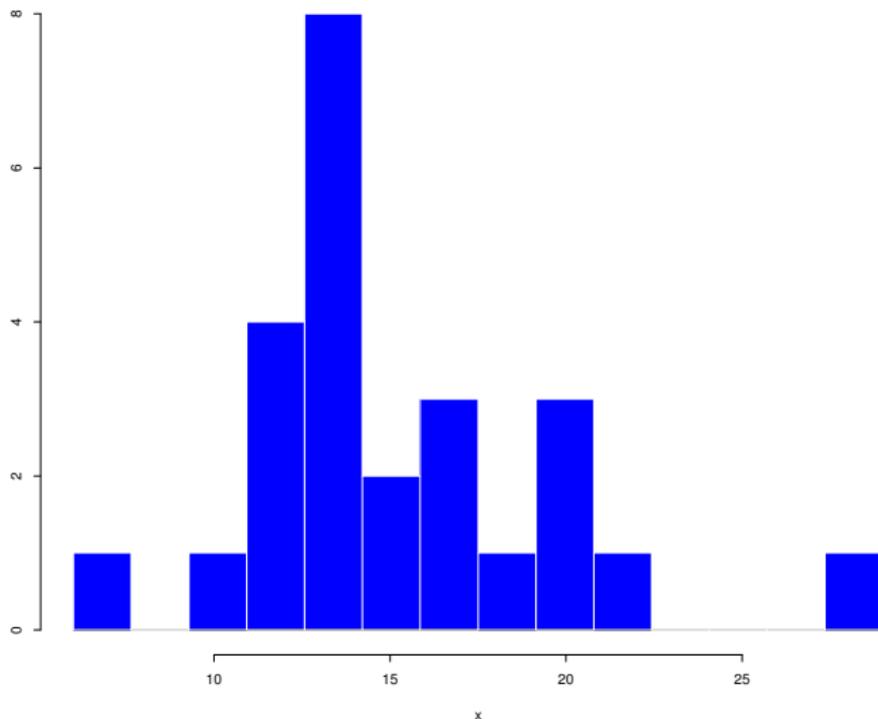
Wie weit die Werte streuen, darüber sagen Mittelwert und Median nichts aus.

Standardabweichung:  $\hat{\sigma}_n = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2 \right)^{1/2}$ ,  $\hat{\sigma}_{25} \approx 4,57$

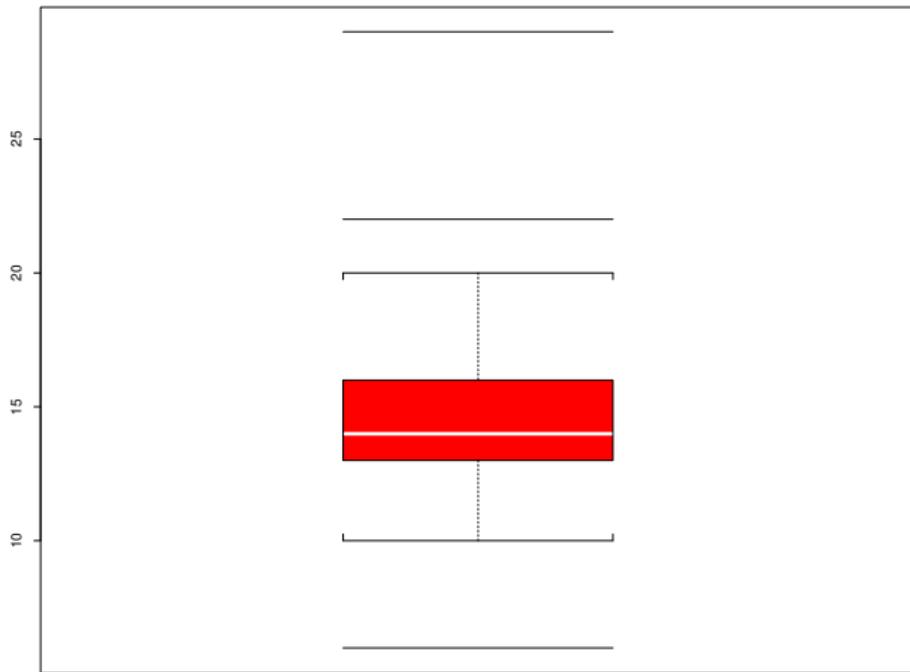
Der Streubereich wird oft mit  $\bar{x}_n \pm 3\hat{\sigma}_n$  angegeben.



# Histogramm: Studiendauer



# Boxplot: Studiendauer



# Ist Rauchen schädlich?

Eine Raucherstudie ergab die folgende Tafel

	Verstorben	Lebend	Summe	Prozent lebend
Raucher	80	71	151	47 %
Nichtraucher	141	109	250	44 %

# Simpsons Paradoxon

## Simpsons Paradoxon in einer Raucherstudie

Alter zu Beginn der Studie	Verstorben	Lebend	Summe	Prozent lebend	
55–64	Raucher	51	64	115	56 %
	Nichtraucher	40	81	121	67 %
65–74	Raucher	29	7	36	20 %
	Nichtraucher	101	28	129	22 %
<hr/>					
	Raucher	80	71	151	47 %
	Nichtraucher	141	109	250	44 %
		(69)	(88)	(157)	55 %

nach Beck-Bornholdt, Dubben, S. 200

# Englische Raucherstudie

- Ziel: Die Gefahr des langjährigen Rauchens festzustellen
- Design: Prospektive Studie der Mortalität im Bezug auf Rauchergewohnheiten. Beginn: 1951, Ende: 1991
- Teilnehmer: 34 439 britische männliche Ärzte, die auf einen postalischen Fragebogen 1951 antworteten. Von den starben 10 000 bis 1971 und weitere 10 000 bis 1991.
- Resultate: Rauchen ist lebensverkürzend – um ca. 7,5 Jahre bei Rauchern, die nie aufhören.

# Mortality in relation to smoking: 40 years' observations on male British doctors

Richard Doll, Richard Peto, Keith Wheatley, Richard Gray, Isabelle Sutherland

## Abstract

**Objective**—To assess the hazards associated with long term use of tobacco.

**Design**—Prospective study of mortality in relation to smoking habits assessed in 1951 and again from time to time thereafter, with causes sought of deaths over 40 years (to 1991). Continuation of a study that was last reported after 20 years' follow up (1951-71).

**Subjects**—34 439 British male doctors who replied to a postal questionnaire in 1951, of whom 10 000 had died during the first 20 years and another 10 000 have died during the second 20 years.

**Results**—Excess mortality associated with smoking was about twice as extreme during the second half of the study as it had been during the first half. The death rate ratios during 1971-91 (comparing continuing cigarette smokers with life-long non-smokers) were approximately threefold at ages 45-64 and twofold at ages 65-84. The excess mortality was chiefly from diseases that can be caused by smoking. Positive associations with smoking were confirmed for death from cancers of the mouth, oesophagus, pharynx, larynx, lung, pancreas, and bladder; from chronic obstructive pulmonary disease and other respiratory diseases; from vascular diseases; from peptic ulcer; and (perhaps because of confounding by personality and alcohol use) from cirrhosis, suicide, and poisoning. A negative association was confirmed with death from Parkinson's disease. Those who stopped smoking before middle age subsequently avoided almost all of the excess risk that they would otherwise have suffered, but even those who stopped smoking in middle age were subsequently at substantially less risk than those who continued to smoke.

was of the results after 20 years.<sup>6</sup> We now report the results of following them for 40 years to 1991 and compare the apparent effects of cigarette smoking on mortality from all causes during the first and during the second halves of the study. We report also the mortality during the entire 40 year period from 48 specific causes of death, or groups of causes, in men with different smoking habits, and the effects of stopping smoking at different ages, and we discuss the extent to which the effects of smoking on certain causes of death are positively or negatively confounded by the effects of alcohol.

The hazards of tobacco have been documented by many other studies, which have been summarised by the Royal College of Physicians,<sup>7,8</sup> the United States Surgeon General,<sup>9,11</sup> and the International Agency for Research on Cancer.<sup>12,13</sup> Some prospective studies have been far larger than ours; ours, however, has been continued for more than twice as long as any other, which gives it some special interest, for long continued cigarette use is particularly hazardous,<sup>14,16</sup> and cigarette use by young men became widespread earlier in Britain than in most other countries. During the first half (1951-71) of this study, therefore, the lung cancer rates in middle aged men were higher in Britain than anywhere else in the world, and during the second half (1971-91), the lung cancer rates in men in old age in Britain were among the highest. Hence, a study of smoking and death among British men during these years may be particularly informative about the hazards of long continued cigarette use.

## Methods

### QUESTIONNAIRES

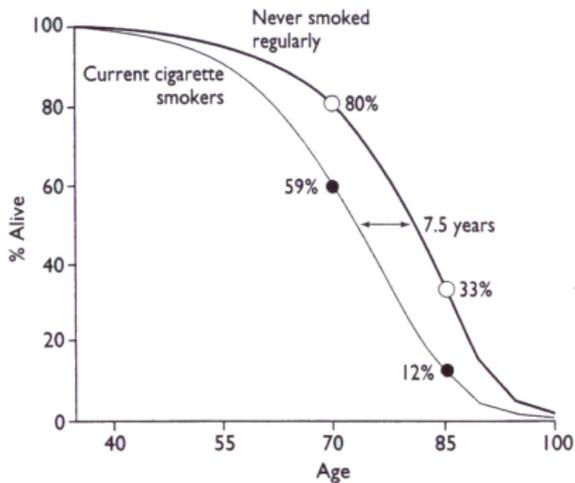


FIG 1—Overall survival after age 35 among cigarette smokers and non-smokers: life table estimates, based on age specific death rates for the entire 40 year period. (Note that, at 1990 British death rates, 97% of male infants would survive from birth to 35 years of age)

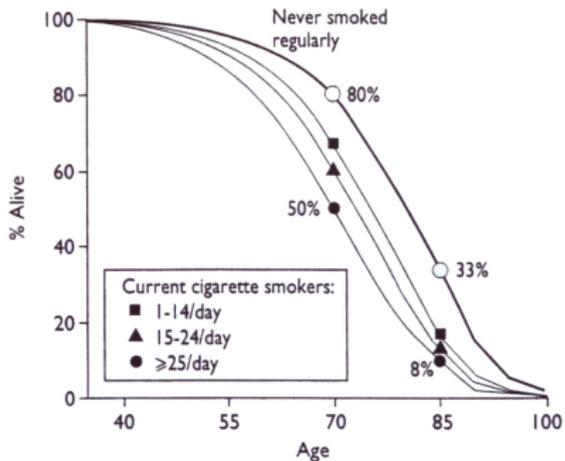


FIG 2—Overall survival (as fig 1), but with cigarette smokers subdivided by amount they were smoking at the time their last questionnaire was returned

# Prozente

Daten in Prozenten darzustellen ist weit verbreitet (lt. Krämer fällt das Wort “Prozent” ca. 130 mal in einer FAZ-Ausgabe (1990)).

**Prozentsätze**  $p\% = \frac{A}{N} \cdot 100\%$  allein angegeben verbergen die Basis ( $N$ ).

# Prozente

Daten in Prozenten darzustellen ist weit verbreitet (lt. Krämer fällt das Wort "Prozent" ca. 130 mal in einer FAZ-Ausgabe (1990)).

**Prozentsätze**  $p\% = \frac{A}{N} \cdot 100\%$  allein angegeben verbergen die Basis ( $N$ ).

Beispiel 1: ZDF-Politbarometer

40 % der Befragten sind für CDU

kann heißen:

a) 40 von 100

b) 400 von 1 000

c) 4 000 von 10 000

# Prozente

Daten in Prozenten darzustellen ist weit verbreitet (lt. Krämer fällt das Wort “Prozent” ca. 130 mal in einer FAZ-Ausgabe (1990)).

**Prozentsätze**  $p\% = \frac{A}{N} \cdot 100\%$  allein angegeben verbergen die Basis ( $N$ ).

Beispiel 1: ZDF-Politbarometer

40 % der Befragten sind für CDU

kann heißen:

a) 40 von 100

b) 400 von 1 000

c) 4 000 von 10 000

Am Ende der Sendung erfährt man: b) ist nahezu richtig.

# Prozente

Daten in Prozenten darzustellen ist weit verbreitet (lt. Krämer fällt das Wort “Prozent” ca. 130 mal in einer FAZ-Ausgabe (1990)).

**Prozentsätze**  $p\% = \frac{A}{N} \cdot 100\%$  allein angegeben verbergen die Basis ( $N$ ).

Beispiel 1: ZDF-Politbarometer

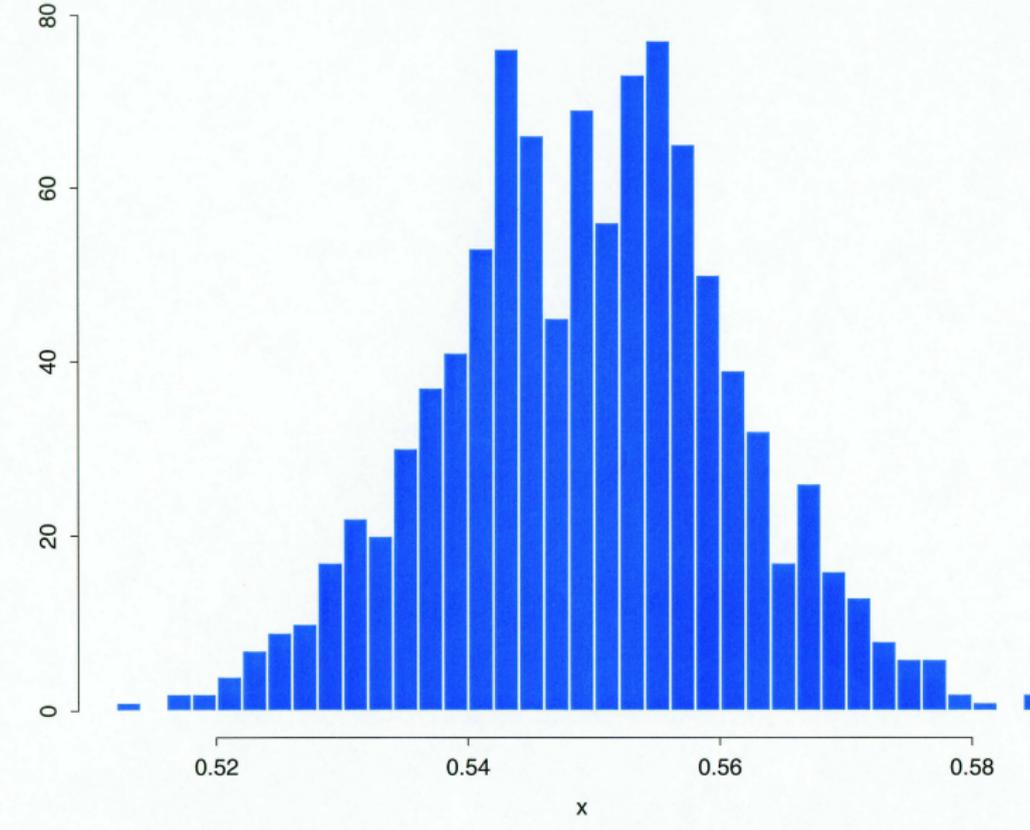
40 % der Befragten sind für CDU

- kann heißen:
- a) 40 von 100
  - b) 400 von 1 000
  - c) 4 000 von 10 000

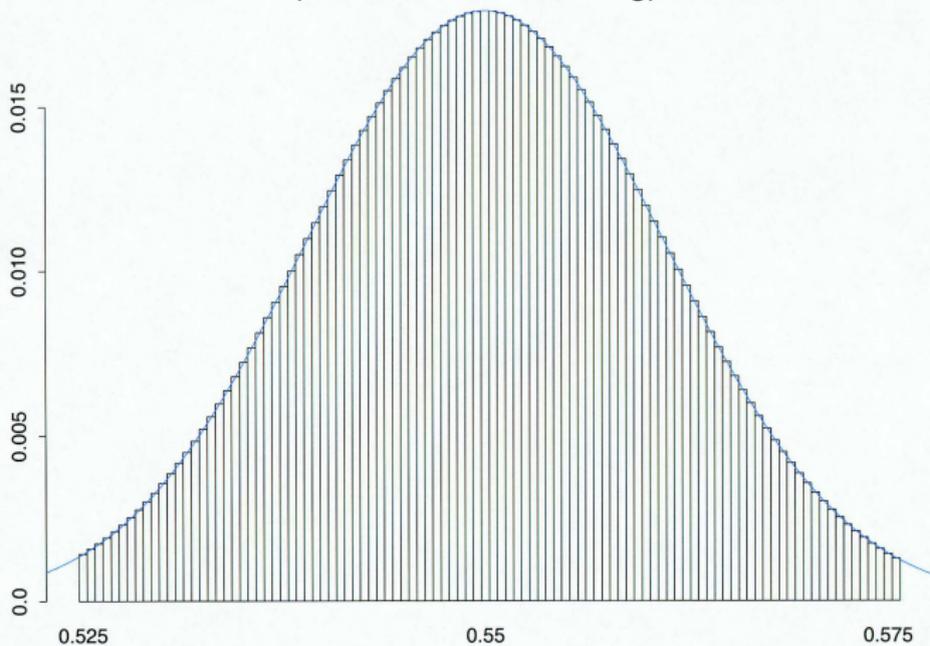
Am Ende der Sendung erfährt man: b) ist nahezu richtig.

Das Gesetz der Großen Zahlen verlangt viele Befragte  $n$ . Die Präzision wächst mit  $1/\sqrt{n}$ .

# 1000 Hochrechnungen aus je 2000 Stimmen

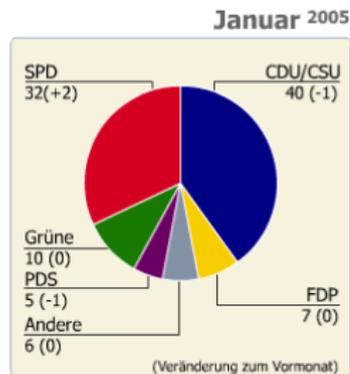
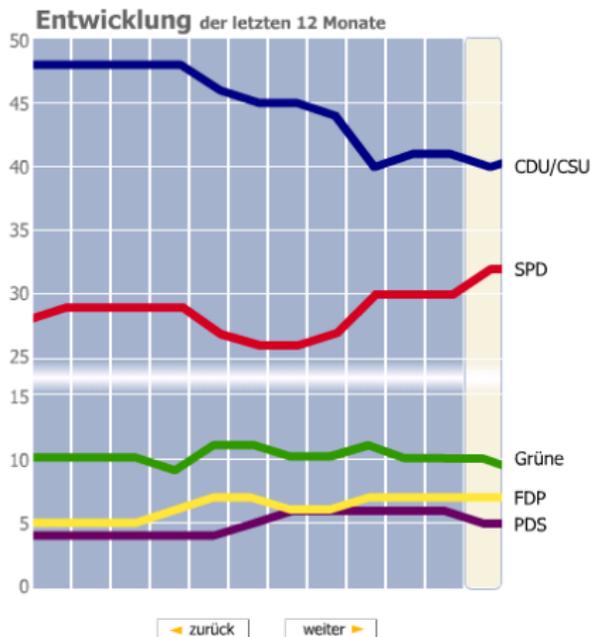


Hochrechnung aus 2000 Stimmen (bei  $p=0,55$ )  
(theoretische Verteilung)



# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



[Startseite](#)

[Wahlen](#)  
[Bund](#)  
[Länder gesamt](#)  
[Länder einzeln](#)

[Politiker](#)  
[im Vergleich](#)  
[Entwicklung](#)

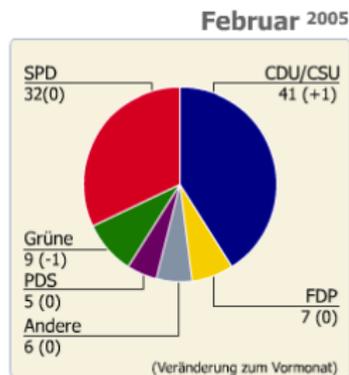
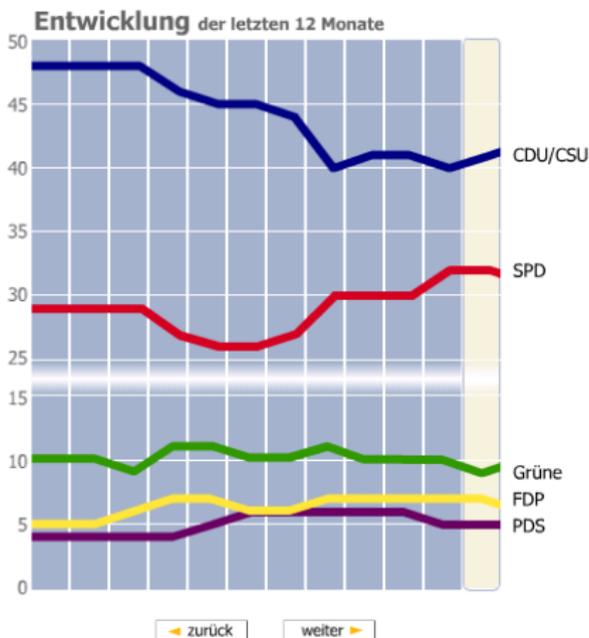
[Parteien](#)  
[Sonntagsfrage](#)

[wohin ?](#)

[Schließen](#)

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

[Wahlen](#)  
[Bund](#)  
[Länder gesamt](#)  
[Länder einzeln](#)

[Politiker](#)  
[im Vergleich](#)  
[Entwicklung](#)

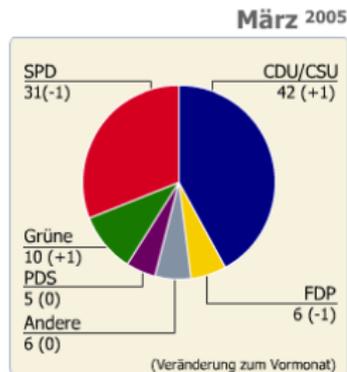
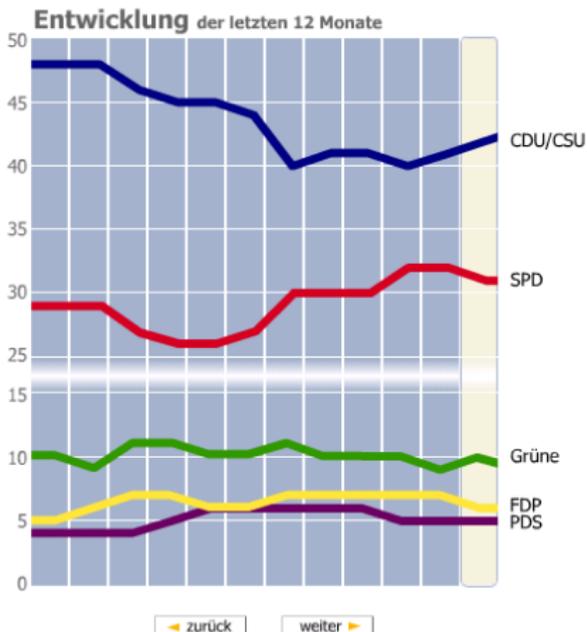
[Parteien](#)  
[Sonntagsfrage](#)

[wohin ?](#)

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

[Wahlen Bund](#)  
[Länder gesamt](#)  
[Länder einzeln](#)

[Politiker im Vergleich](#)  
[Entwicklung](#)

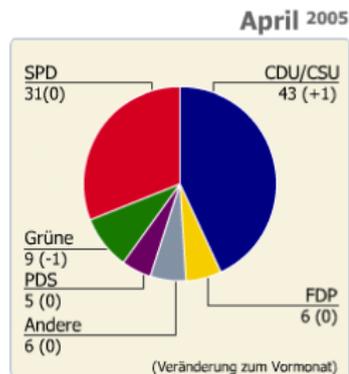
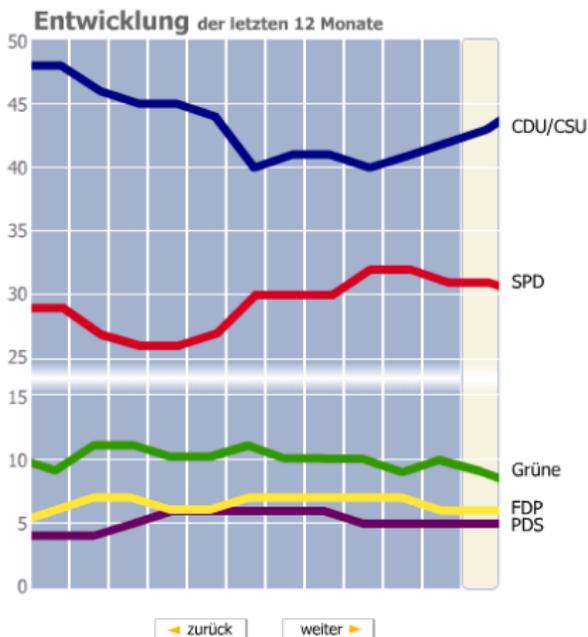
[Parteien](#)  
[Sonntagsfrage](#)

[wohin ?](#)

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

Wahlen  
Bund  
Länder gesamt  
Länder einzeln

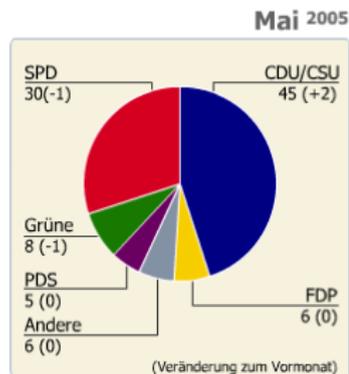
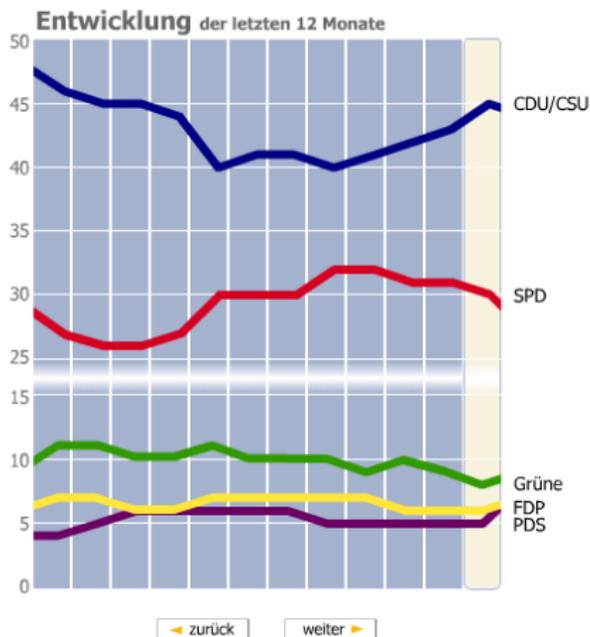
Politiker  
im Vergleich  
Entwicklung

Parteien  
Sonntagsfrage

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

Wahlen  
Bund  
Länder gesamt  
Länder einzeln

Politiker  
im Vergleich  
Entwicklung

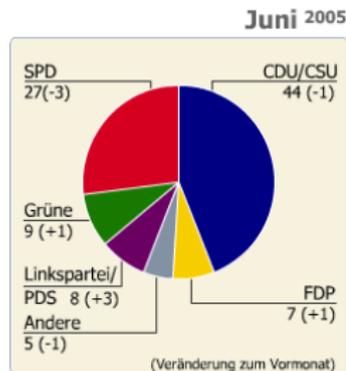
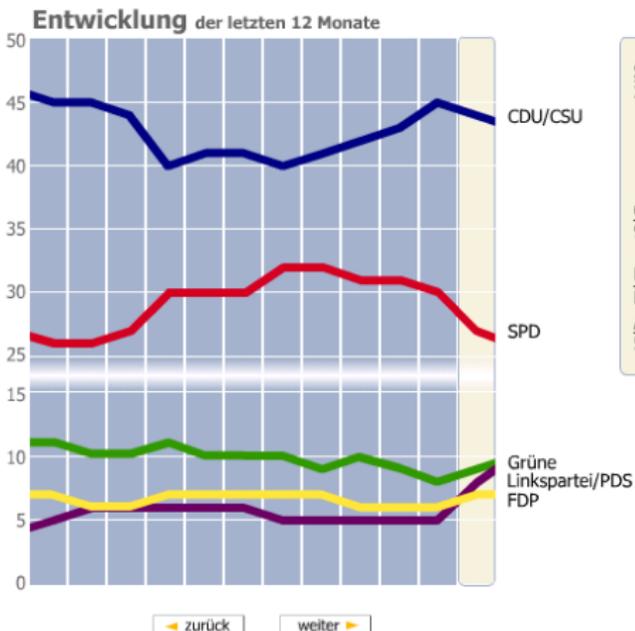
Parteien  
Sonntagsfrage

[wohin ?](#)

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

Wahlen  
Bund  
Länder gesamt  
Länder einzeln

Politiker  
im Vergleich  
Entwicklung

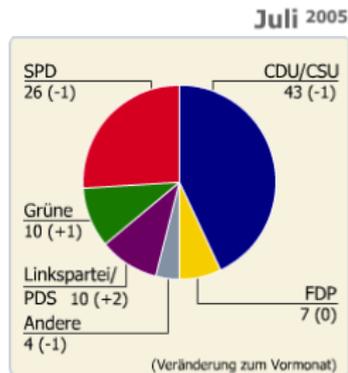
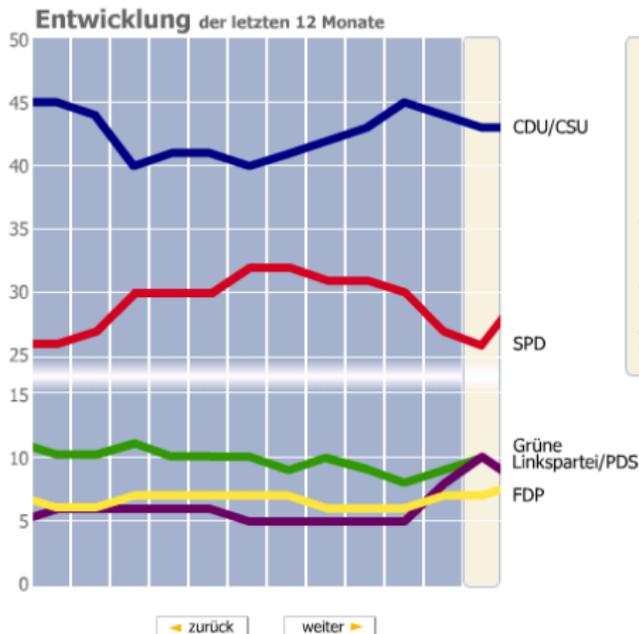
Parteien  
Sonntagsfrage

wohin ?

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



[Startseite](#)

[Wahlen  
Bund  
Länder gesamt  
Länder einzeln](#)

[Politiker  
im Vergleich  
Entwicklung](#)

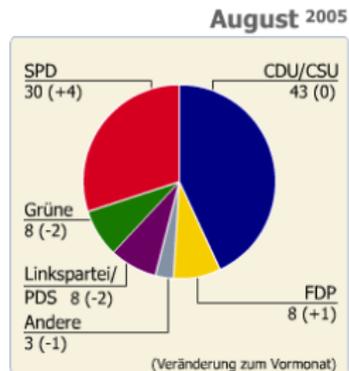
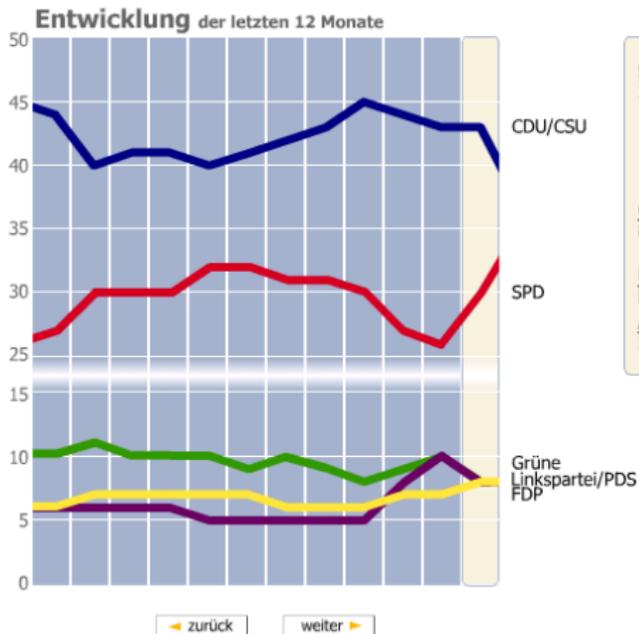
[Parteien  
Sonntagsfrage](#)

[wohin ?](#)

[Schließen](#)

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



Startseite

Wahlen  
Bund  
Länder gesamt  
Länder einzeln

Politiker  
im Vergleich  
Entwicklung

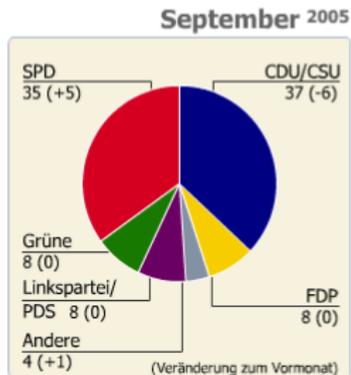
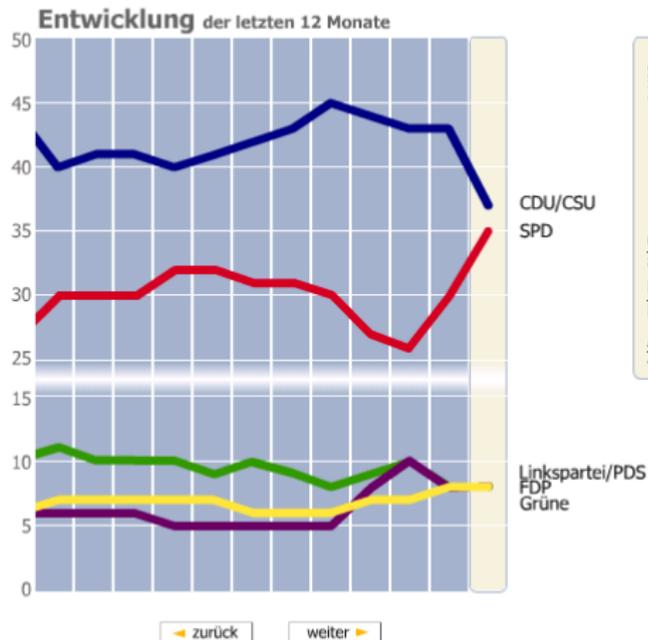
Parteien  
Sonntagsfrage

wohin ?

Schließen

# "Wenn am Sonntag Bundestagswahl wäre,

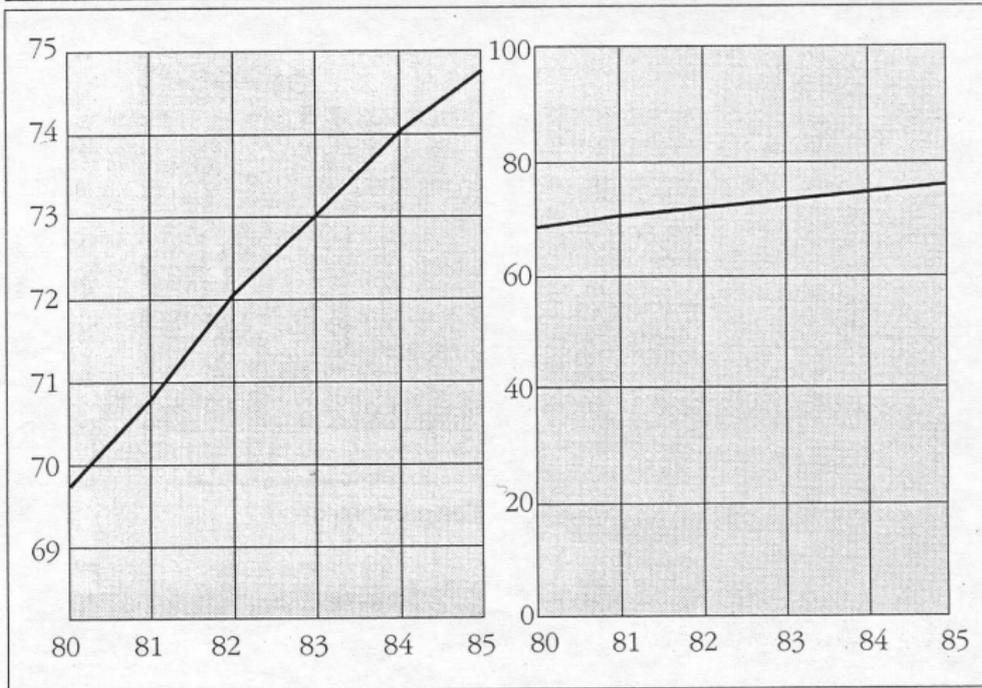
welche Partei würden Sie wählen?" Angaben in Prozent



wohin ?

# IV. Graphische Darstellung

### Mitglieder seit 1980 (Anzahl in Tausend)

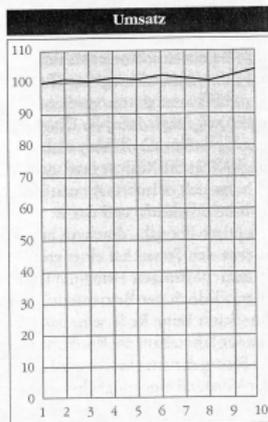


Krämer: Wie lügt man mit Statistik, 1990

100 101 100,5 102 101,5 103 102,5 101,5 103 105

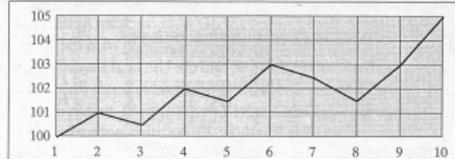
Diese Zahlen stellen wir nun graphisch dar.

Das folgende Schaubild tut dies optisch korrekt. Es bildet die tristen Realität ehrlich ab: kaum Dynamik, eher Stagnation, kein Grund zu viel Begeisterung. Solche Graphiken findet man daher so oft wie ein Edelweiß.

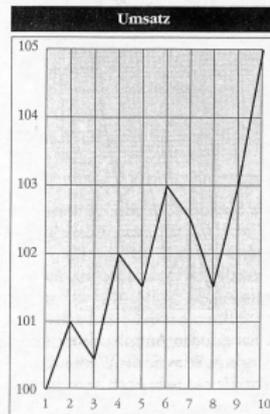


Um Platz zu sparen, schneiden viele einen Teil der senkrechten Achse ab, so wie im nächsten Diagramm. Das ist erlaubt, wenn jeder sieht, etwa an einer unterbrochenen senkrechten Achse, daß abgeschnitten worden ist. Falls dieser Hinweis fehlt, haben wir den ersten Schritt zur Manipulation getan.

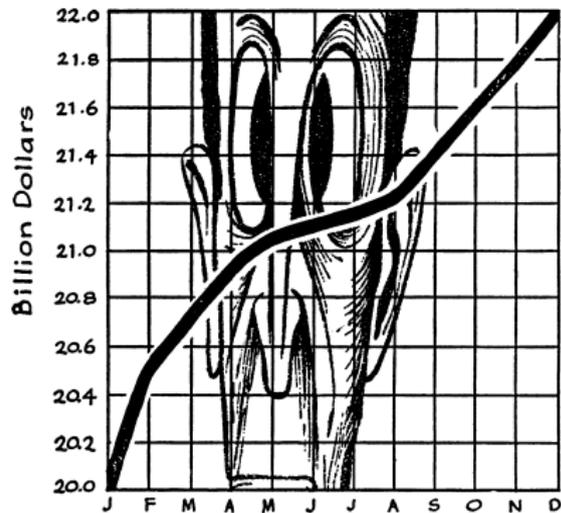
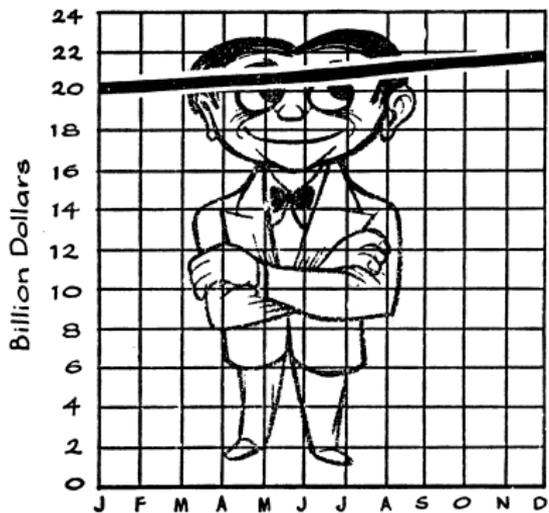
Umsatz



Im nächsten Schritt wird die senkrechte Achse wieder gestreckt:



Der Umsatz wächst nun schon dynamischer. Ein bißchen örtlich noch der vergleichsweise flache Anstieg zwischen den Jahren 6 und 10. Aber auch hier ist Abhilfe nicht weit: Wir lassen einfach



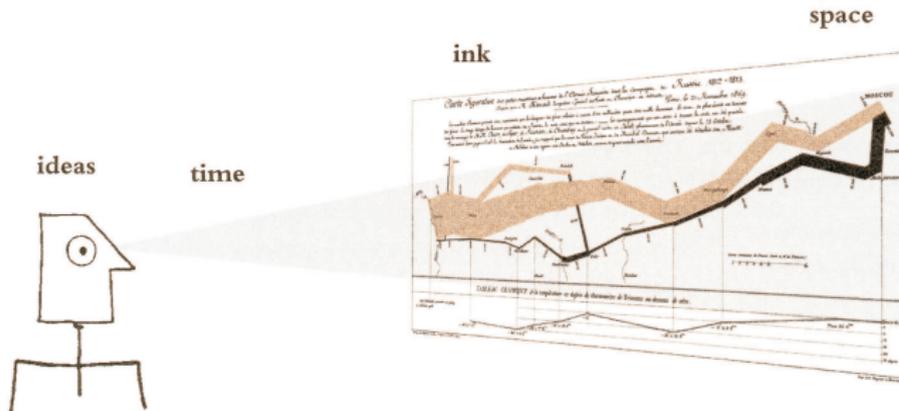
D. Huff: How to Lie with Statistics (1954)

## Principles of Graphical Excellence

Graphical excellence is the well-designed presentation of interesting data—a matter of *substance*, of *statistics*, and of *design*.

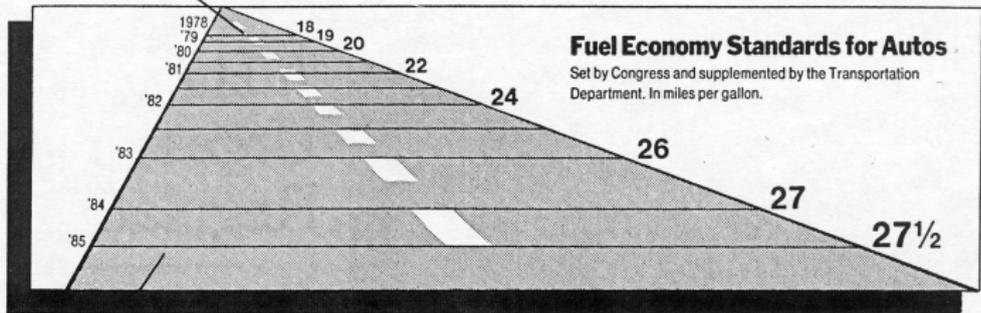
Graphical excellence consists of complex ideas communicated with clarity, precision, and efficiency.

Graphical excellence is that which gives to the viewer the greatest number of ideas in the shortest time with the least ink in the smallest space.



E. R. Tufte: The Visual Display of Quantitative Information, 2001

This line, representing 18 miles per gallon in 1978, is 0.6 inches long.



This line, representing 27.5 miles per gallon in 1985, is 5.3 inches long.

*New York Times*, August 9, 1978, p. D-2.

The magnitude of the change from 1978 to 1985 is shown in the graph by the relative lengths of the two lines:

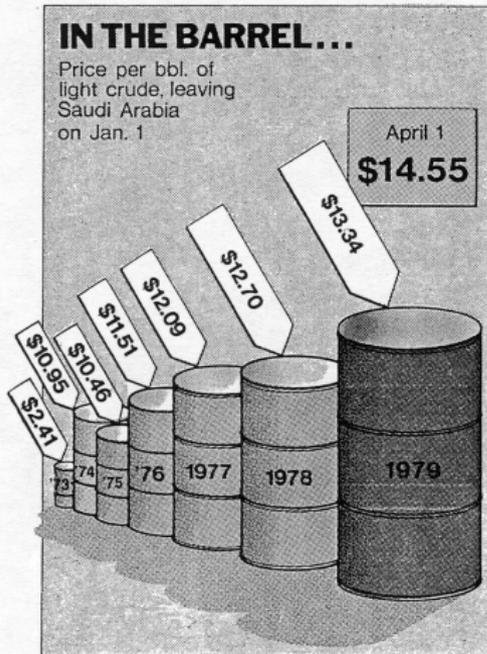
$$\frac{5.3 - 0.6}{0.6} \times 100 = 783\%$$

Thus the numerical change of 53 percent is presented by some lines that changed 783 percent, yielding

$$\text{Lie Factor} = \frac{783}{53} = 14.8$$

which is too big.

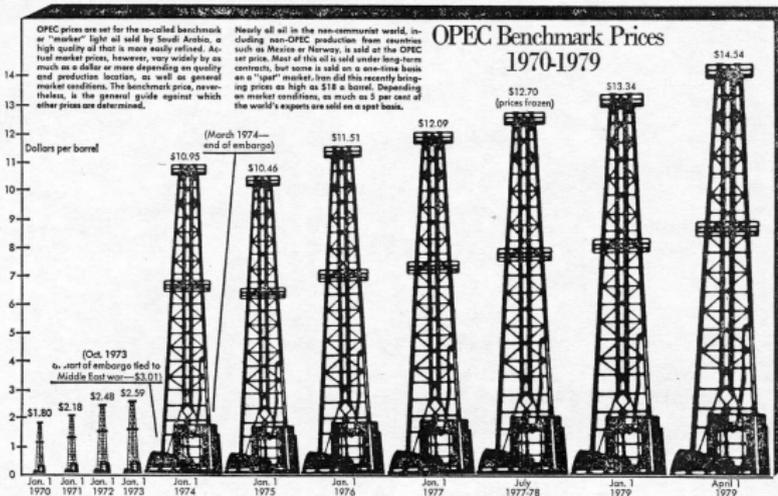
Design variation infected similar graphics in other publications. Here an increase of 454 percent is depicted as an increase of 4,280 percent, for a Lie Factor of 9.4:



*Time*, April 9, 1979, p. 57.

Tufte, 2001

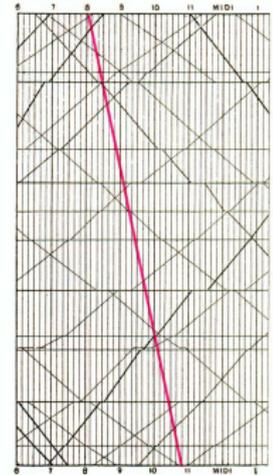
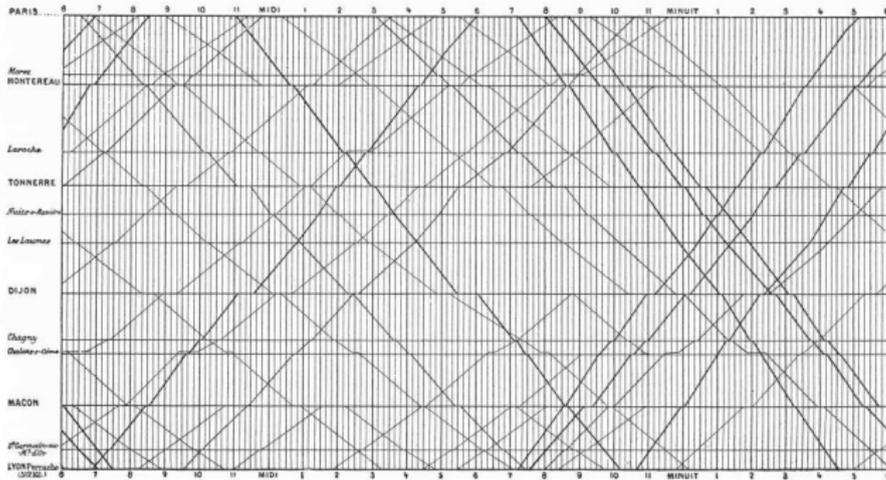
And an increase of 708 percent is shown as 6,700 percent, for a Lie Factor of 9.5:



*Washington Post*, March 28, 1979, p. A-18.

All these accounts of oil prices made a second error, by showing the price of oil in inflated (current) dollars. The 1972 dollar was worth much more than the 1979 dollar. Thus in sweeping from

Tufte, 2001



E. J. Marcy, *La Méthode Graphique* (Paris, 1885), p. 20. The method is attributed to the French engineer, Ibry.

Tufte, 2001

*Carte Figurative* des pertes successives en hommes de l'Armée Française dans la Campagne de Russie 1812-1813.  
Dressée par M. Misset, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées en retraite Paris, le 20. Novembre 1869.

Les nombres d'hommes perdus sont exprimés par les longueurs des zones colorées à raison d'une millimètre pour six mille hommes, le zéro de plus étant en faveur des Russes. Le temps donné les hommes qui entrent en Russie, le sont ceux qui en sortent. Les renseignements qui ont servi à dresser la carte ont été puisés dans les ouvrages de M. M. Clero, de Ligny, de Foy, de Chambray et le journal inédit de Napoléon, pharmacien de l'Armée depuis le 23 Octobre. Leur mérite fait juger à l'œil la diminution de l'Armée, j'ai suppléé que les corps de Louis-Nicolas et de Maréchal Davoust qui avaient été détruits par Mikhaïl et ses troupes aux Côtes de Wladik, avaient tiré leurs hommes avec l'Armée.

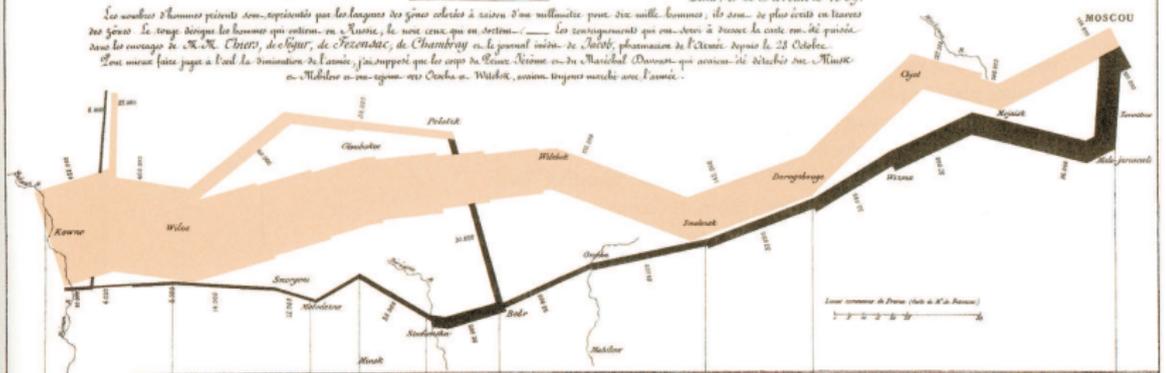


TABLEAU GRAPHIQUE de la température en degrés du thermomètre de Réaumur au dessous de zéro.



Dressée par Misset, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées en retraite Paris, le 20. Novembre 1869.

Imp. J. B. Baillière et Fils

Tufte, 2001

An early and most worthy use of a map to chart patterns of disease was the famous dot map of Dr. John Snow, who plotted the location of deaths from cholera in central London for September 1854. Deaths were marked by dots and, in addition, the area's eleven water pumps were located by crosses. Examining the scatter over the surface of the map, Snow observed that cholera occurred almost entirely among those who lived near (and drank from) the Broad Street water pump. He had the handle of the contaminated pump removed, ending the neighborhood epidemic which had taken more than 500 lives.<sup>6</sup> The pump is located at the center of the map, just to the right of the D in BROAD STREET. Of course the link between the pump and the disease might have been revealed by computation and analysis without graphics, with some good luck and hard work. But, here at least, graphical analysis testifies about the data far more efficiently than calculation.

<sup>6</sup> E. W. Gilbert, "Pioneer Maps of Health and Disease in England," *Geographical Journal*, 124 (1958), 172-183. Shown here is a redrawing of John Snow's map. For a reproduction and detailed analysis of the original map, see Edward Tufte, *Visual Explanations: Images and Quantities, Evidence and Narrative* (Cheshire, Connecticut, 1997), Chapter 2. Ideally, see John Snow, *On the Mode of Communication of Cholera* (London, 1855).







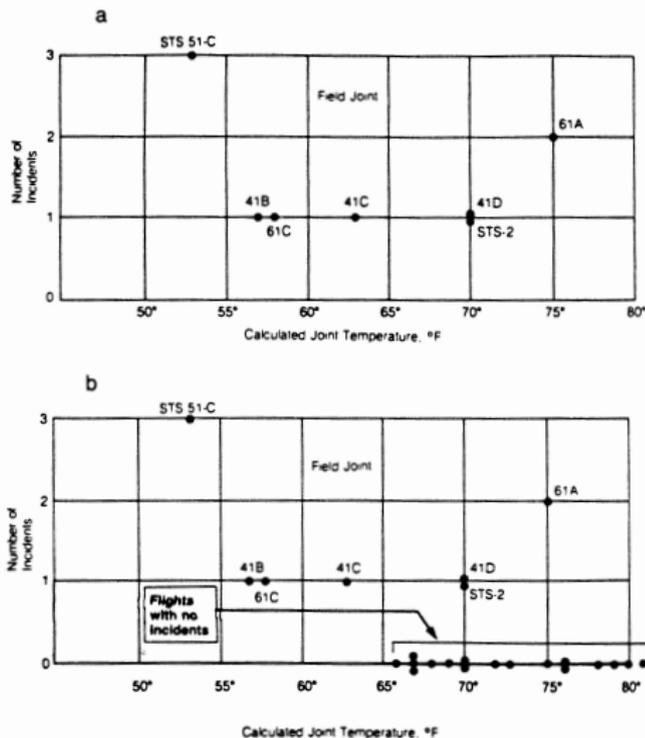


Figure 1. Joint Temperature Versus Number of O-Rings Having Some Thermal Distress Identified by Flight Number. Panel b includes flights with no incidents.

# Risk Analysis of the Space Shuttle: Pre-*Challenger* Prediction of Failure

SIDDHARTHA R. DALAL, EDWARD B. FOWLKES, and BRUCE HOADLEY\*

The Rogers Commission report on the space shuttle *Challenger* accident concluded that the accident was caused by a combustion gas leak through a joint in one of the booster rockets, which was sealed by a device called an O-ring. The commission further concluded that O-rings do not seal properly at low temperatures. In this article, data from the 23 preaccident launches of the space shuttle is used to predict O-ring performance under the *Challenger* launch conditions and relate it to the catastrophic failure of the shuttle. Analyses via binomial and binary logistic regression show that there is strong statistical evidence of a temperature effect on incidents of O-ring thermal distress. In addition, a probabilistic risk assessment at 31°F, the temperature at which *Challenger* was launched, yields at least a 13% probability of catastrophic field-joint O-ring failure. Postponement to 60°F would have reduced the probability to at least 2%. To assess uncertainty in estimates and for any future prediction under the *Challenger* scenario, a postanalysis prior distribution of the probability of a catastrophic failure is derived. The mean and median for this distribution for 31°F are at least .16 and .13, and for 60°F they are at least .004 and .02, respectively. The analysis of this article demonstrates that statistical science can play an important role in the space-shuttle risk-management process.

KEY WORDS: Catastrophic failure; Data analysis; O-rings; Probability risk assessment; Statistical science.

## 1. INTRODUCTION AND SUMMARY

On the night of January 27, 1986, the night before the space shuttle *Challenger* accident, there was a three-hour teleconference among people at Morton Thiokol (manufacturer of the solid rocket motor), Marshall Space Flight Center [NASA (National Aeronautics and Space Administration) center for motor design control], and Kennedy Space Center. The discussion focused on the forecast of a 31°F temperature for launch time the next morning, and the effect of low temperature on O-ring performance. A

Thiokol was to launch the *Challenger* on schedule. The recommendation transmitted to NASA stated that "Temperature data [are] not conclusive on predicting primary O-ring blowby." The same telefax stated that "Colder O-rings will have increased effective durometer ('harder'), and 'Harder' O-rings will take longer to 'seat'" [Presidential Commission Report, Vol. 1 (PC1), p. 97 (Presidential Commission on the Space Shuttle *Challenger* Accident 1986)].

After the accident a commission was appointed by President R. Reagan to find the cause. The commission was





# Wie lügt man mit Statistik

## **Aus dem Kongressgutachten von R. Feynman zur Challenger-Katastrophe:**

... Die Challenger-Katastrophe war das letzte Glied einer Kette von Zwischenfällen, bei denen jedesmal Warnzeichen auftraten. Das Problem mit den Dichtungsringen wurde zehn Jahre lang diskutiert. Getan wurde aber nichts, denn niemand hatte detaillierte Informationen. Diese waren nur auf der niedrigsten Ebene vorhanden, bei den Ingenieuren. Warum die Ingenieure auf der niedrigsten Ebene der Entscheidungsprozesse eingestuft wurden, weiß ich nicht, aber dies scheint ein allgemeines Gesetz zu sein: Jene, die etwas über die wirkliche Welt wissen, bilden in diesen großen Organisationen die unterste Stufe, und jene, die nur wissen, wie man andere Leute beeinflussen kann, indem man ihnen sagt, wie schön die Welt im Idealfall sein könnte, sind an der Spitze. ...

R. Feynman, Sie belieben wohl zu scherzen, Mr. Feynman!, Piper (2003)

# Extrapolationen von Trends

Binnen 170 Jahren hat sich der untere Mississippi um 240 Meilen verkürzt. Das macht im Durchschnitt  $1\frac{1}{3}$  Meile pro Jahr. Daher sieht jeder Mensch, es sei denn, er ist blind oder ein Idiot, daß vor einer Million Jahren der untere Mississippi eine Million dreihunderttausend Meilen lang gewesen ist und in den Golf von Mexiko hinausragte wie ein Angelstock. Genauso sieht man sofort, daß heute in 742 Jahren der untere Mississippi nur noch eindreiviertel Meilen messen wird ...

(Mark Twain)

# DER SPIEGEL

Nr. 2/5.1.04  
Deutschland: 3,00 €



## DER LETZTE DEUTSCHE

Auf dem Weg  
zur Greisen-  
Republik

www.spiegel.de  
ISSN 1151-2043  
© 2004 Spiegel-Verlag  
Redaktion: Spiegel-Verlag, Postfach 10 15 53, D-22609 Hamburg  
Telefon: +49 (0)40 4102-0  
Telefax: +49 (0)40 4102-310  
E-Mail: redaktion@spiegel.de

www.spiegel.de



## DER LETZTE DEUTSCHE

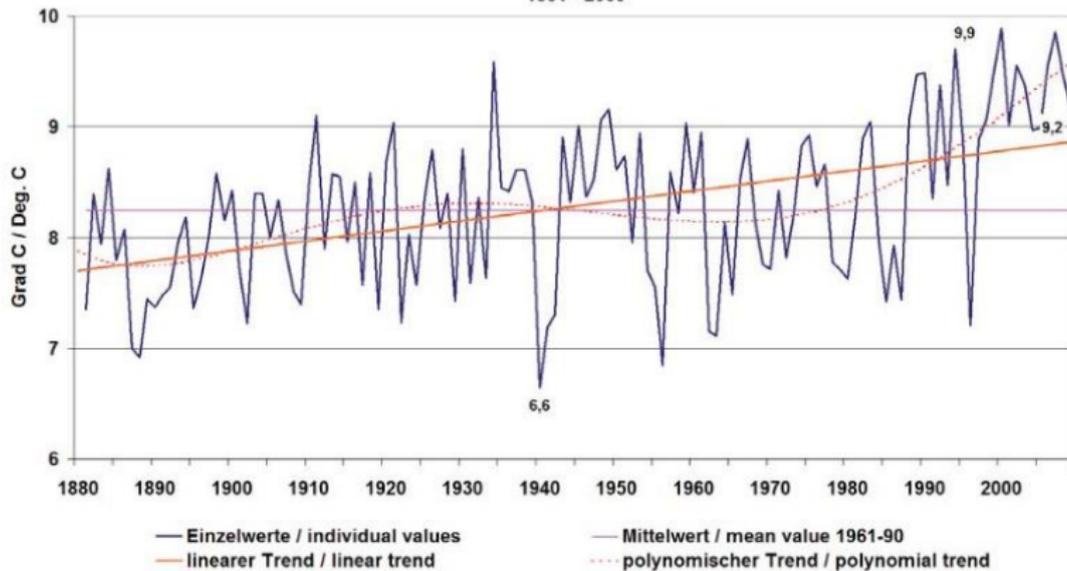
Auf dem Weg zur Greisen-Republik

### Schrumpfendes Volk

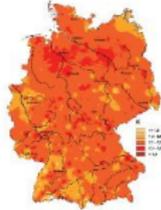
Bevölkerungsentwicklung in Deutschland bei unterschiedlichen Zuwanderungsszenarien



Mittlere Tagesmitteltemperatur Jahr Deutschland /  
1881 - 2009



Frühling



Sommer



Herbst



Winter

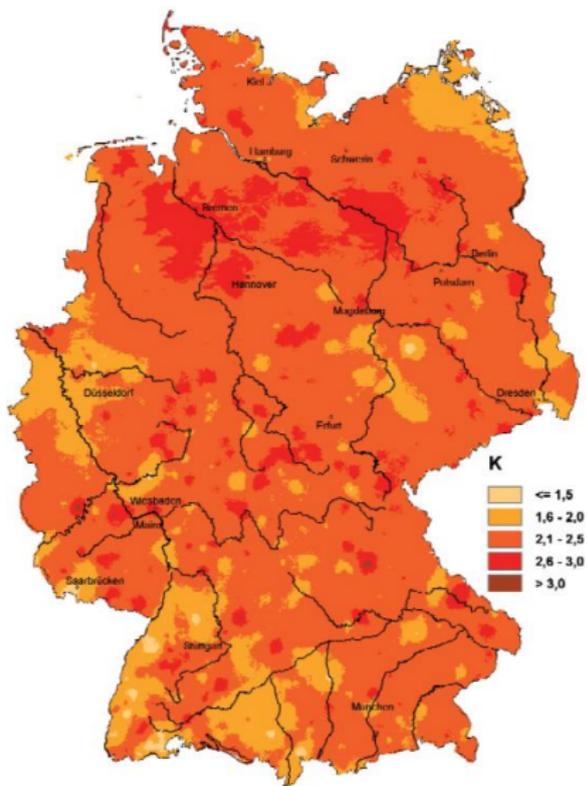


Jahr

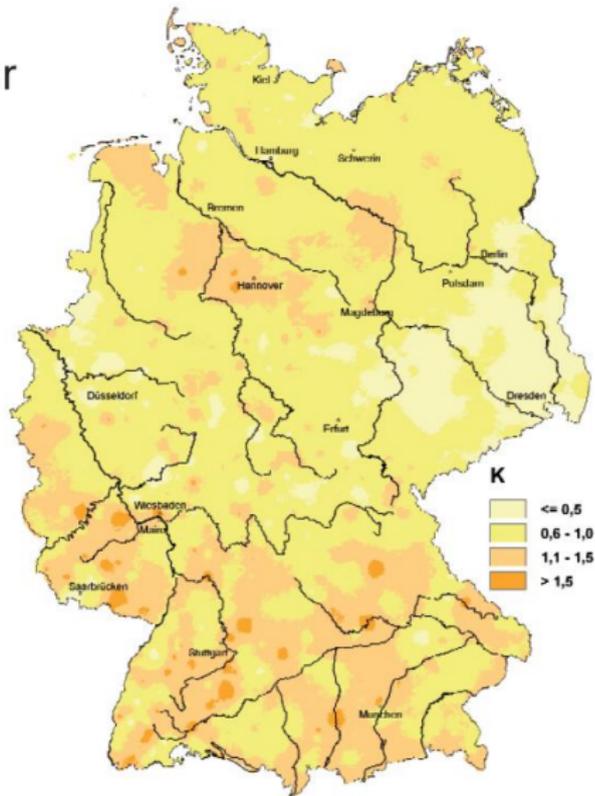


Abb. 8-12: Temperaturverteilung 2009 vom Mittel der Periode 1961 - 1990

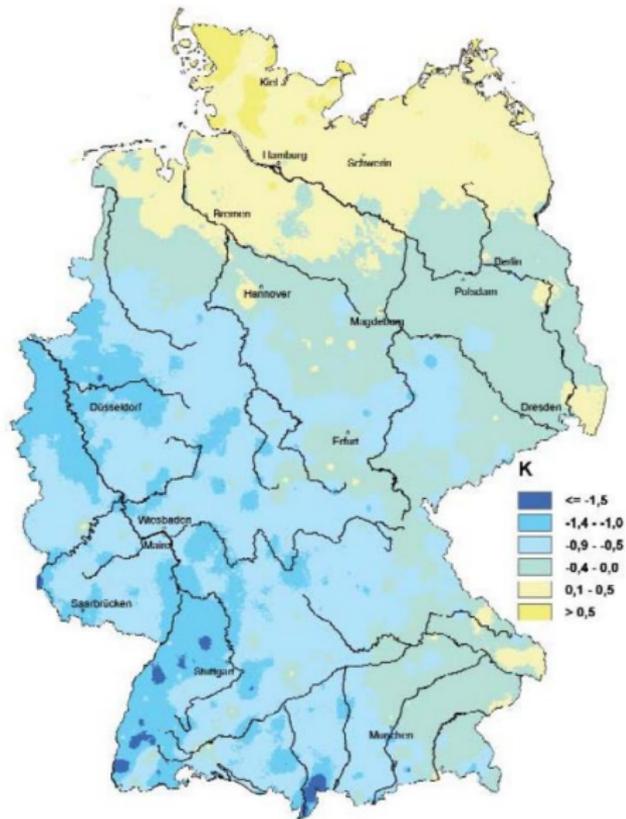
# Frühling



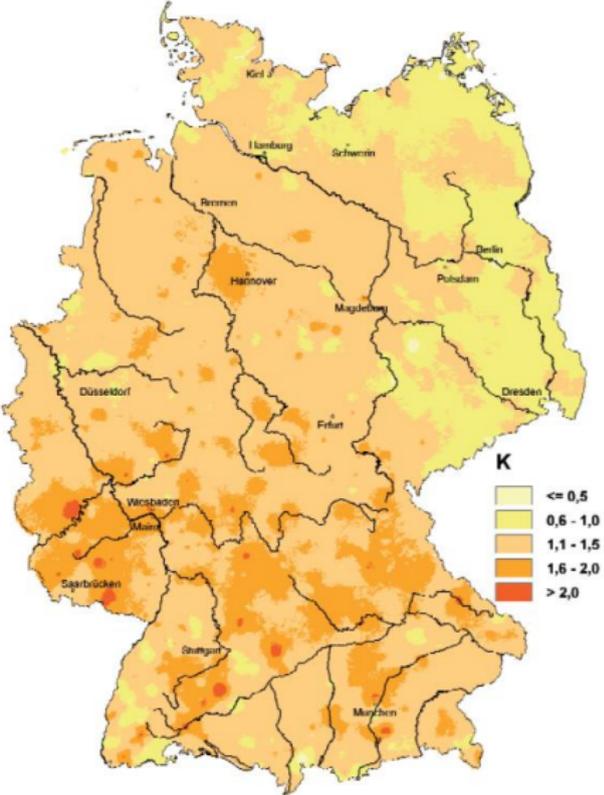
# Sommer



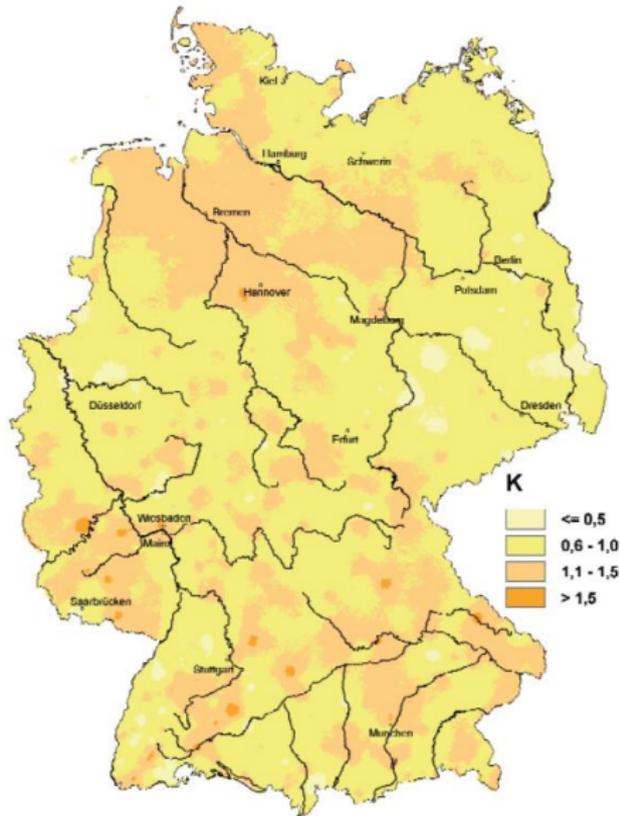
# Winter

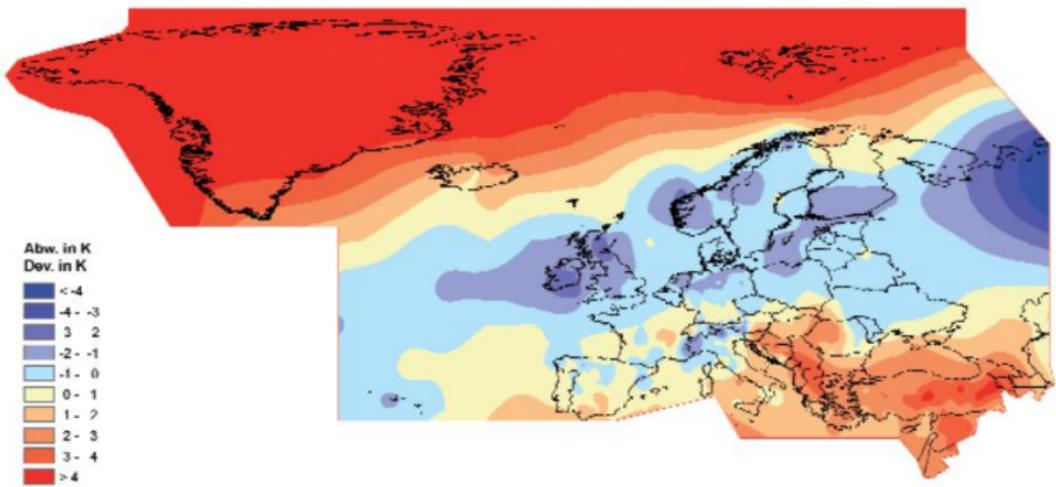


# Herbst

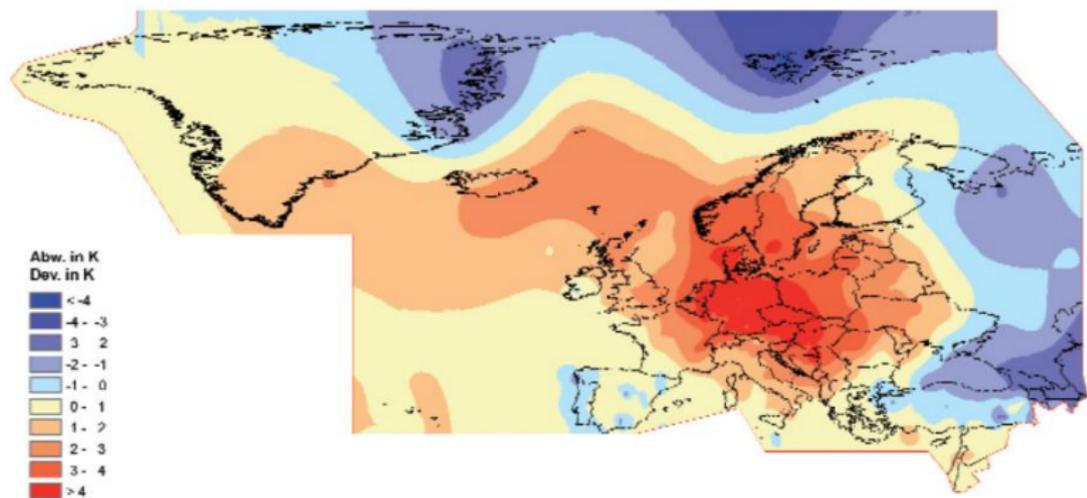


Jahr

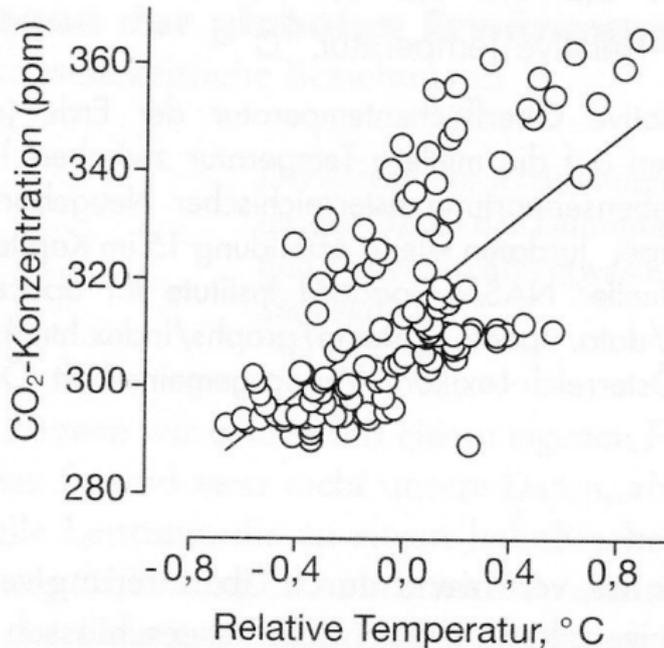




**Abb.38 : Abweichung der monatsmitteltemperatur vom Referenzwert 1961 - 1990 für Europa, Dezember 2009**



**Abb.37 : Abweichung der monatsmitteltemperatur vom Referenzwert 1961 - 1990 für Europa, April 2009**



Kohlendioxid-Konzentration in der Atmosphäre gegen die relative Oberflächentemperatur der Erde (nördliche Hemisphäre; bezogen auf die mittlere Temperatur zwischen 1951 und 1980). Quelle: NASA Goddard Institute for Space Studies ([www.giss.nasa.gov/data/update/gistemp/grahts/index.html](http://www.giss.nasa.gov/data/update/gistemp/grahts/index.html))

H.-P. Beck-Bornholdt, H.-H. Dubben, 2001

... **Schellnhuber:** ... Gäbe es nun eine Reihe von global kühleren Jahren, würde mich das übrigens durchaus ins Grübeln bringen, auch wenn so etwas im Rahmen der natürlichen Schwankungen geschehen könnte, ohne den menschengemachten Klimawandel in Frage zu stellen. Aber in recht naher Zukunft müssten die bisher wärmsten Jahre 1998 und 2005 vom Planeten wohl getoppt werden. Ich vermute, dass wir schon in zehn Jahren genau wissen, wie stark der Mensch an der Klimaschraube dreht. Dann ist allerdings ein Umsteuern fast unmöglich. ...

... **SZ:** Ist das politische Ziel, die globale Erwärmung in diesem Jahrhundert möglichst unter zwei Grad zu halten, wissenschaftlich begründbar?

**Schellnhuber:** Die Ideengeschichte dazu ist komplex. Aber grob vereinfacht, kann man einerseits sagen, dass sich sogar bei einem sofortigen CO<sub>2</sub>-Stopp die Erde nochmals circa um ein Grad aufheizen würde - aufgrund der Trägheit des Systems. Weniger als zwei Grad ist also kaum mehr zu schaffen. Andererseits wäre deutlich mehr Erwärmung höchst riskant, da spätestens bei drei Grad die Risiken für große Teile der Zivilisation unbeherrschter werden dürften. Das ist die Summe meiner Einsichten, und die von Kollegen, die wie ich seit mehr als 20 Jahren mit dem Thema beschäftigt sind.

**SZ:** Wie erlebt man als Naturwissenschaftler die Abläufe in der Politik?

**Schellnhuber:** Es ist ein Wechselbad der Gefühle. Vor wenigen Tagen war der brasilianische Botschafter bei mir, der an Physik sehr interessiert ist und seine Regierung noch stärker für das Thema Klimaschutz sensibilisieren will. Auch Bundeskanzlerin Merkel ist als ausgebildete Naturwissenschaftlerin offen für System- und Langfristargumente. In der Regel treffe ich aber auf Juristen und Ökonomen, die eine andere Denke haben. Die Schwierigsten sind letztere, insbesondere wenn sie glauben, man könnte Klimaschutzmaßnahmen präzise mit einer Kosten-Nutzen-Analyse abwägen. Dann kann plötzlich herauskommen, dass eine um vier Grad wärmere Erde optimal wäre. Da wendet sich der Physiker mit Grausen ab. ...

Interview: Patrick Hunger

Prof. Dr. Hans Joachim Schellnhuber, Potsdam-Instituts für Klimafolgenforschung,  
Die Politik muss sich aus der Klimaforschung raushalten, Süddeutsche Zeitung 13.02.2010

... Nicht zuletzt ist die schwankende Aktivität der Sonne mitverantwortlich für das Klima und das Wetter auf der Erde. Der seit einigen Jahrzehnten voranschreitende Klimawandel geht zwar vor allem auf das Konto zunehmender Treibhausgase in der Atmosphäre. Doch können schon kleine Schwankungen der Sonnenaktivität kurzfristig das Wettergeschehen mitbestimmen. ...

Ein Auge für die Sonne, Patrick Illinger, Süddeutsche Zeitung 10.02.2010

# V. Beispiele aus der schließenden Statistik

# Was leistet die schließende Statistik?

## **Beispiel: Größe eines Fischteichs**

In einem Fischteich befinden sich  $N$  Fische.  $N$  soll geschätzt werden. Dazu werden 50 Fische gefangen, markiert und wieder eingesetzt.

Nach einiger Zeit werden wieder 50 Fische gefangen und die markierten Fische im Fang gezählt. Es sind keine markierten Fische dabei.

Was lässt sich über die Größe des Fischbestandes sagen?

Was lässt sich über die Größe des Fischbestandes sagen?

Was lässt sich über die Größe des Fischbestandes sagen?

Rein logisch: mindestens 100 Fische.

Was lässt sich über die Größe des Fischbestandes sagen?

Rein logisch: mindestens 100 Fische.

Statistisch bei 1 % Irrtumswahrscheinlichkeit: mindestens 594 Fische,  
bei 5 % Irrtumswahrscheinlichkeit: mindestens 885 Fische.

Sei  $F$  die Anzahl der markierten Fische im Fang.

$$P_N(F = 0) = \frac{\binom{N-50}{50}}{\binom{N}{50}}$$

Dabei ist  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  und  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$

Ist  $\max_{N < N_0} P_N(F = 0) \leq \alpha$ , so kann man mit Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  schließen, dass  $N \geq N_0$  ist.

# Wahlumfrage

Wieviele Wähler muß man befragen, um mit 95 % (99 %) Sicherheitswahrscheinlichkeit das Wahlergebnis einer Partei, die üblicherweise ca. 50 % der Stimmen erhält, auf  $\pm 3\%$  genau vorherzusagen?

# Wahlumfrage

Wieviele Wähler muß man befragen, um mit 95 % (99 %)

Sicherheitswahrscheinlichkeit das Wahlergebnis einer Partei, die üblicherweise ca. 50 % der Stimmen erhält, auf  $\pm 3\%$  genau vorherzusagen?

Mathematisch ausgedrückt:

Wie groß muß  $n$  sein, sodaß  $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq 0,03\right) \geq 0,95$  (0,99)

# Wahlumfrage

Wieviele Wähler muß man befragen, um mit 95 % (99 %)

Sicherheitswahrscheinlichkeit das Wahlergebnis einer Partei, die üblicherweise ca. 50 % der Stimmen erhält, auf  $\pm 3\%$  genau vorherzusagen?

Mathematisch ausgedrückt:

Wie groß muß  $n$  sein, sodaß  $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq 0,03\right) \geq 0,95$  (0,99)

Bei 95 %:  $n \geq 1\,068$ , bei 99 %:  $n \geq 2\,500$

# Wahlumfrage

Wieviele Wähler muß man befragen, um mit 95 % (99 %) Sicherheitswahrscheinlichkeit das Wahlergebnis einer Partei, die üblicherweise ca. 50 % der Stimmen erhält, auf  $\pm 3$  % genau vorherzusagen?

Mathematisch ausgedrückt:

Wie groß muß  $n$  sein, sodaß  $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq 0,03\right) \geq 0,95$  (0,99)

Bei 95 %:  $n \geq 1\,068$ , bei 99 %:  $n \geq 2\,500$

allgemein:  $n \geq \text{Konst.}/(0,03)^2$

# Wahlumfrage

Wieviele Wähler muß man befragen, um mit 95 % (99 %) Sicherheitswahrscheinlichkeit das Wahlergebnis einer Partei, die üblicherweise ca. 50 % der Stimmen erhält, auf  $\pm 3\%$  genau vorherzusagen?

Mathematisch ausgedrückt:

Wie groß muß  $n$  sein, sodaß  $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq 0,03\right) \geq 0,95$  (0,99)

Bei 95 %:  $n \geq 1\,068$ , bei 99 %:  $n \geq 2\,500$

allgemein:  $n \geq \text{Konst.}/(0,03)^2$

$\sqrt{n}$ -Gesetz:  $\sigma\left(\frac{S_n}{n}\right) = \text{Var}\left(\frac{S_n}{n}\right)^{1/2} = \sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}$

# Das Binomialmodell

**Bernoulli-Variable:**  $X_1, X_2, \dots, X_n$  seien unabhängig mit

$$P(X_i = 1) = p = 1 - P(X_i = 0), \quad S_n := \sum_{i=1}^n X_i,$$

$$P(S_n = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{mit} \quad 0 \leq k \leq n,$$

$$ES_n = np, \text{Var } S_n = np(1-p)$$

Beispiel:  $n = 4$

$$P(X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 0) = p^2(1-p)^2$$

$$P(S_4 = 2) = 6p^2(1-p)^2$$

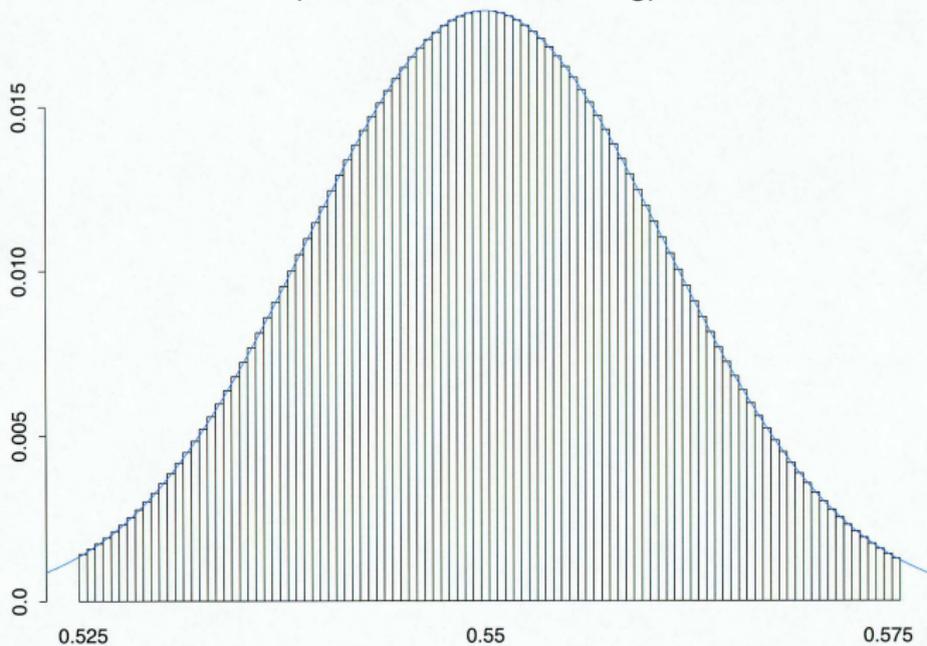
**Bernoullis Gesetz der Großen Zahlen (1713):**  $\frac{S_n}{n} \rightarrow p.$

# Begründung mit Hilfe des Satzes von de Moivre-Laplace

Mit  $\bar{X}_n = S_n/n$  und  $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$  ist

$$\begin{aligned} & P_p(-0,03 \leq \bar{X}_n - p \leq 0,03) \\ &= P_p\left(\frac{|\bar{X}_n - p|}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \frac{0,03}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \\ &\approx \Phi\left(\frac{0,03}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{-0,03}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \\ &= 2\Phi\left(\frac{0,03}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - 1 \\ &\stackrel{!}{=} 1 - \alpha \\ &\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \Phi\left(\frac{-0,03}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \Rightarrow n \geq \frac{\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 p(1-p)}{(0,03)^2} \end{aligned}$$

Hochrechnung aus 2000 Stimmen (bei  $p=0,55$ )  
(theoretische Verteilung)



# Diagnostische Tests

Test auf Vorhandensein einer Krankheit (z.B. Brustkrebs)

Test hat zwei Ausgänge:	+	Zustand der Testperson:	krank
	-		nicht krank

Testergebnis + bedeutet Alarm, d.h. Krankheitsvermutung.

Fehler 1. Art: falsch positiv (falscher Alarm)

Fehler 2. Art: falsch negativ (kein Alarm trotz Gefahr)

Ärzte versuchen vor allem keine Krankheiten zu übersehen (Fehler 2. Art klein).

Der Fehler 1. Art geht eher zu Lasten des Patienten und der Krankenkasse.

## Diagnose-Beispiel (Bayes-Formel)

$$P(\text{Test +} \mid \text{krank}) = \frac{9}{10}, \quad P(\text{Test +} \mid \text{gesund}) = \frac{1}{10}$$

$$P(\text{krank}) = \frac{1}{100}$$

$$\begin{aligned} P(\text{K} \mid +) &= \frac{P(+ \mid \text{K})P(\text{K})}{P(+ \mid \text{K})P(\text{K}) + P(+ \mid \text{G})P(\text{G})} \\ &= \frac{0,9 \cdot 0,01}{0,9 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,99} \\ &= \frac{9}{108} = \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

# Diagnose-Beispiel

Krankheitsrate: 1 %      Testfehler: jeweils 10 %

Angenommen der Test ist positiv, wie wahrscheinlich ist es, daß der Patient tatsächlich krank ist?

		Test	
		positiv	negativ
krank	10	9	1
gesund	990	99	891
	1 000	108	892

# Diagnose-Beispiel

Krankheitsrate: 1 %      Testfehler: jeweils 10 %

Angenommen der Test ist positiv, wie wahrscheinlich ist es, daß der Patient tatsächlich krank ist?

		Test	
		positiv	negativ
krank	10	9	1
gesund	990	99	891
	1 000	108	892

Die Wahrscheinlichkeit krank zu sein, wenn der Test positiv ist, beträgt:

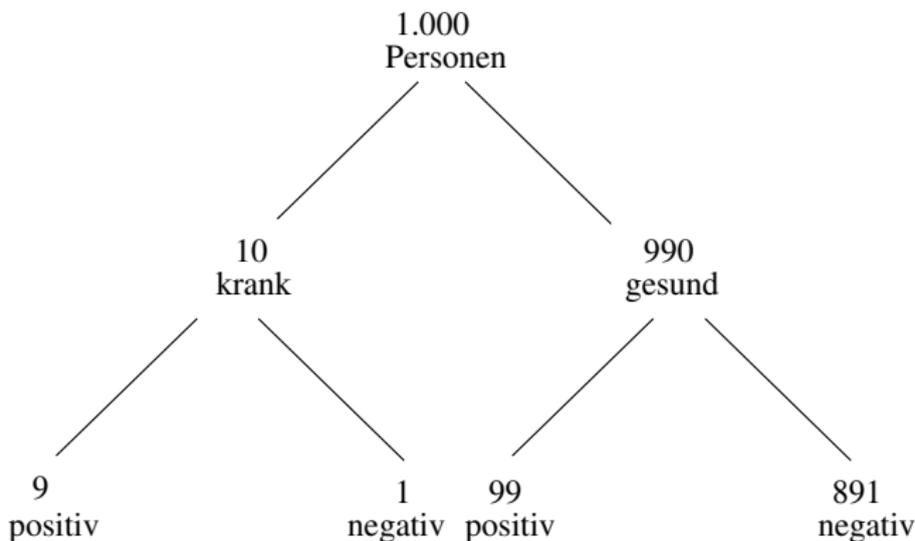
$$\frac{9}{108} = \frac{1}{12}$$

# Diagnose-Beispiel (Baumdiagramm)

empfohlen von Gerd Gigerenzer

Krankheitsrate: 1 %

Testfehler: jeweils 10 %

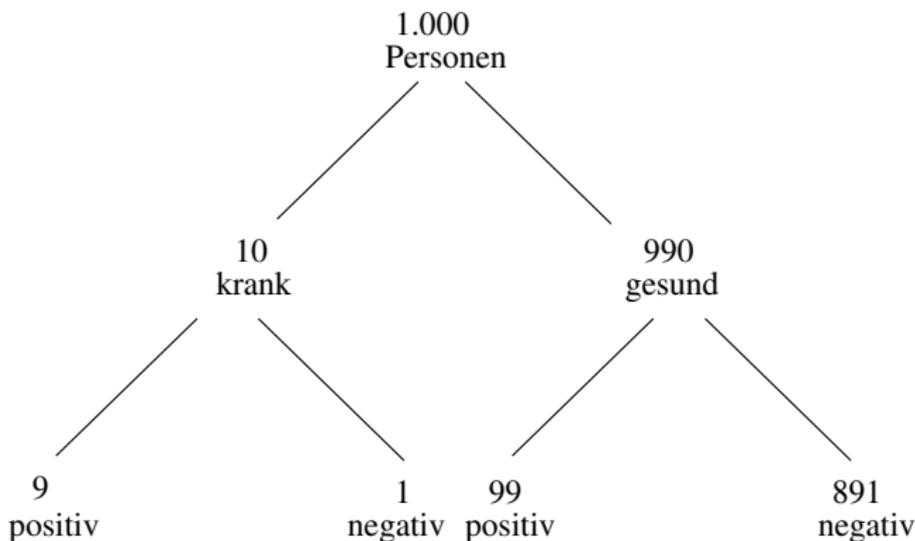


# Diagnose-Beispiel (Baumdiagramm)

empfohlen von Gerd Gigerenzer

Krankheitsrate: 1 %

Testfehler: jeweils 10 %



Die Wahrscheinlichkeit krank zu sein, wenn der Test positiv ist, beträgt:

$$P(K | +) = \frac{9}{108}$$

# References

- Beck–Bornholdt, H.-P.; Duppen, H.-H.: Der Hund, der Eier legt. rororo-Sachbuch, 2003
- Best, J.: Damned Lies and Statistics. University of California Press, 2001.
- Gigerenzer, G.: Das Einmaleins der Skepsis. Berliner Taschenbuchverlag, 2004.
- Huff, D.: How to Lie with Statistics. Norton, 1954; reissued Norton, 1993.
- Krämer, W.: So lügt man mit Statistik. Campus Verlag, 1991
- Spierer, H.F.; Spierer, L.; Jaffe, A.Y.: Misused Statistics Revised and Expanded (Food Science and Technology). Marcel Dekker, 1998
- Tufte, E.R.: The Visual Display of Quantitative Information. Graphics Press, 2002

Der Vortrag ist zu finden auf der Webseite:

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/homepages/lerche/>

(Abkürzung: Google “Hans Rudolf Lerche”)

E-Mail: [lerche@stochastik.uni-freiburg.de](mailto:lerche@stochastik.uni-freiburg.de)

